অধ্যায় ১৭
পরিসংখ্যান

MAIN TOPIC

উপাত্ত: কোনো তথ্য বা ঘটনা নির্দেশক সংখ্যা সমূহকে পরিসংখ্যানের উপাত্ত বলে। যেমন: 100 নম্বরের মধ্যে 10 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর: $50, 60, 80, 95, 55, 70, 67, 90, 65, 85$ । এটি একটি পরিসংখ্যান এবং নম্বরগুলো পরিসংখ্যানের উপাত্ত।

পরিসংখ্যান: বিজ্ঞানভিত্তিক কৌশল যার দ্বারা সংখ্যাসূচক তথ্য বা উপাত্ত সংগ্রহ, উপাত্তের উপস্থাপন, উপাত্তের বিশ্লেষণ এবং উপাত্তসমূহ হতে প্রয়োজনীয় সিদ্ধান্ত গ্রহন সম্ভব হয় তাকে পরিসংখ্যান বলে।

পরিসংখ্যানের উপাত্ত: গুণবাচক নয় এমন সংখ্যাসূচক তথ্যাবলি পরিসংখ্যানের উপাত্ত।

পরিসংখ্যানের কাঁচামাল: অনুসন্ধানাধীন উপাত্তই পরিসংখ্যানের কাঁচামাল।

পরিসংখ্যানের বৈশিষ্ট্য:

i) পরিসংখ্যান উপাত্তের সমষ্টি।

ii) পরিসংখ্যান নির্দিষ্ট উদ্দেশ্য সম্পর্কিত।

ii) পরিসংখ্যান তুলনাযোগ্য ও বিভিন্ন গ্রুপে বিন্যাসযোগ্য।

চলক: আমরা জানি, সংখ্যাসূচক তথ্যসমূহ পরিসংখ্যানের উপাত্ত। উপাত্তে ব্যবহৃত এসব সংখ্যাসমূহকে চলক বলে।

বিচ্ছিন্ন চলক: যে সকল চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যা হয় সেগুলোকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন: জনসংখ্যামূলক উপাত্তের চলক।

অবিচ্ছিন্ন চলক: যে সকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে সে সকল চলককে অবিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন: বয়স, উচ্চতা, ওজন, প্রভৃতি।

বিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যবধান: $15 - 20, 21 - 26, 27 - 32$ ইত্যাদি।

অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যবধান: $14.5 - 20.5,\ 20.5 - 26.5,\ 26.5 - 32.5$ ইত্যাদি।

পরিসর $=$ (সর্বোচ্চ মান $-$ সর্বনিম্ন মান) $+1$

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা: কোনো শ্রেণির এবং তার সকল পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার সমষ্টিকে ঐ শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা বলে। যেমন: কোনো গণসংখ্যা নিবেশনে প্রথম তিনটি শ্রেণির গণসংখ্যা যথাক্রমে $7, 10, 12$। প্রথম শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $= 7$। দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $= 10 + 7 = 17$। তৃতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $= 10 + 7 + 12 = 29$

FORMULAS

১) উপাত্তের পরিধি বা পরিসর $=$ (সর্বোচ্চ মান $-$ সর্বনিম্ন মান) $+1$

২) শ্রেণিসংখ্যা $= \dfrac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণি ব্যবধান}}$

৩) শ্রেণিব্যবধান বা শ্রেণিব্যাপ্তি:

i) বিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার ক্ষেত্রে: শ্রেণিব্যাপ্তি $=$ (শ্রেণির সর্বোচ্চ মান$-$শ্রেণির সর্বনিম্ন মান) $+1$

ii) অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার ক্ষেত্রে: শ্রেণিব্যাপ্তি $=$ (শ্রেণির সর্বোচ্চ মান$-$শ্রেণির সর্বনিম্ন মান)

৪) গাণিতিক গড়:

i) শ্রেণিবিন্যস্ত নয় এমন উপাত্তের ক্ষেত্রে:

গাণিতিক গড় $= \frac{\sum x_i}{n}$

এখানে,

$\sum x_i =$ উপাত্তসমূহের যোগফল

$n =$মোট উপাত্তের সংখ্যা

ii) শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে:

- মধ্যম পদ্ধতি:-

$$\text{গাণিতিক গড়} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i x_i$$

এখানে,

$x_i = i$ তম শ্রেণির মধ্যমান

$f_i = i$ তম শ্রেণির গণসংখ্যা

$n =$মোট উপাত্তের সংখ্যা

$\sum f_i x_i =$ প্রতি শ্রেণির মধ্যমান ও গণসংখ্যার গুণফলের সমষ্টি

- **সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি:-**

গাণিতিক গড় $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

ধাপ বিচ্যুতি,$u_i = \frac{xi-a}{h}$

$= \frac{\text{মধ্যমান−আনুমানিক গড়}}{\text{শ্রেণিব্যাপ্তি}}$

এখানে,

$a =$ আনুমানিক গড়

$f_i = i$ তম শ্রেণির গণসংখ্যা

$u_i = i$ তম শ্রেণির ধাপ বিচ্যুতি

$h =$ শ্রেণিব্যপ্তি

$xi = i$ তম শ্রেণির মধ্যমান

$f_i u_i =$ গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি

- **গুরুত্বযুক্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে:-**

গাণিতিক গড় $\overline{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \times h$

এখানে,

সংখ্যক উপাত্তের মধ্যমান $x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots x_n$

এদের গুরুত্ব $w_1, w_2 \ldots\ldots\ldots w_n$

৫) মধ্যক:

i) শ্রেণিবিন্যস্ত নয় এমন উপাত্তের ক্ষেত্রে:

উপাত্ত সমূহকে ক্রমানুসারে সাজানোর পর-

উপাত্তের সংখ্যা (n) বিজোড় হলে, মধ্যক= $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ তম পদের মান।

উপাত্তের সংখ্যা (n) জোড় হলে, মধ্যক= $\frac{\frac{n}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{n}{2}+1\right) \text{ তম পদ}}{2}$

ii) শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে:

মধ্যক $= \mathrm{L} + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

এখানে,

$\mathrm{L} =$ মধ্যক শ্রেণির নিম্নমান

$n =$ গণসংখ্যা

$F_c =$ মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা

$f_m =$ মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা

$h =$ শ্রেণিব্যপ্তি

৬) প্রচুরক:

i) শ্রেণিবিন্যস্ত নয় এমন উপাত্তের ক্ষেত্রে:

কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিক বার থাকে, সেটাই ঐ উপাত্তের প্রচুরক এবং প্রতিটি উপাদান সংখ্যা সমান সংখ্যকবার থাকলে সেই উপাত্তের কোনো প্রচুরক নেই।

ii) শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে:

প্রচুরক $= \mathrm{L} + \frac{f_1}{f_1+f_2} \times h$

এখানে,

$\mathrm{L} =$ প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা

$f_1 =$ প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা $-$ পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

$f_2 =$ প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা $-$ পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

$h =$ শ্রেণিব্যপ্তি

গ্রাফ:

আলোচ্য	X –অক্ষ	Y –অক্ষ
আয়তলেখ	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
বহুভুজ	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
অজিভরেখা	শ্রেণিসীমা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

Note:

Box: গ্রাফের end point ও start point

Scale: x –অক্ষে .... ঘর = ... একক

y –অক্ষে .... ঘর = ... একক

গ্রাফ সংকোচনের শর্ত: বড় বা অনিয়মিত মান থাকলে।

আয়তের ভিতরে দাগ দিব না। বহুভূজে দাগ দিব।

TOPICWISE MATH

Type-1 : গণসংখ্যা অথবা ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি

প্রশ্ন-১ : নিম্নে ২০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজীতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো(পূর্ণ নম্বর ১০০)। প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

70, 40, 60, 55, 80, 70, 78, 78, 60, 62, 55, 40, 62, 55, 80, 70, 38, 60, 61, 90

সমাধান:

উপাত্তের পরিধি বা পরিসর $=$ (সর্বোচ্চ মান $-$ সর্বনিম্ন মান) $+1$

$= (90 - 38) + 1 = 53$

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরলে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{53}{5} = 10.6 \approx 11$

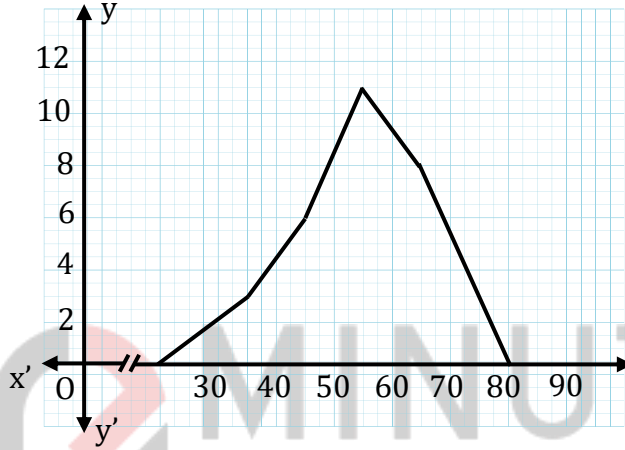
শ্রেণি ব্যবধান 5 নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হবে নিম্নরূপ:

প্রাপ্ত নম্বর	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
38 – 42	|||	3
43 – 47		0
48 – 52		0
53 – 57	|||	3
58 – 62	~~||||~~ |	6
63 – 67		0
68 – 72	|||	3
73 – 77		0
78 – 82	||||	4
83 – 87		0
88 – 92	|	1
	মোট	20

❖ নিজে কর:

প্রশ্ন-১ : কোনো এক শীত মৌসুমে শ্রীমঙ্গলে জানুয়ারি মাসের প্রত্যেক দিনের সর্বনিম্ন তাপমাত্রা দেওয়া আছে। গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

$14°, 14°, 14°, 13°, 12°, 13°, 10°, 10°, 11°, 12°, 11°, 10°, 9°, 8°, 9°, 11°, 10°, 10°, 8°, 9°, 7°, 6°, 6°, 6°, 7°, 8°, 9°, 9°, 8°, 7°$

প্রশ্ন-২ :

চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে ছকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

প্রশ্ন-৩ : নিম্নে ৭০ জন শিক্ষার্থীর ইংরেজীতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। ক্রমযোজিত গণসংখ্যা তৈরি কর।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30 – 35	36 – 41	42 – 47	48 – 53	54 – 59	60 – 65
জনসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

প্রশ্ন-৪ : দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো।

61, 99, 62, 55, 98, 95, 81, 85, 90, 70, 77, 80, 75, 66, 68, 69, 75, 77, 82, 85, 87, 90, 92, 68, 70, 71, 72, 77, 78, 80, 83, 85, 75, 77, 81, 85, 75, 77, 81, 78।
5 শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

প্রশ্ন-৫ : নিম্নে ৬০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজীতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। ক্রমযোজিত গণসংখ্যা তৈরি কর।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

প্রশ্ন-৬ : নিচে ২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো।
67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 82, 72, 81, 68, 80, 75, 64, 72, 75, 83, 80, 81, 64, 74, 88
5 শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

প্রশ্ন-৭ : নিম্নে ৫০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজীতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। ক্রমযোজিত গণসংখ্যা তৈরি কর।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	25 – 34	35 – 44	45 – 54	55 – 64	65 – 74	75 – 84	85 – 94
গণসংখ্যা	5	7	4	11	9	10	4

প্রশ্ন-৮ : নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে যোজিত গণসংখ্যা তৈরি কর।

ওজন কি.গ্রাম	51 – 55	56 – 60	61 – 65	66 – 70	71 – 75
শিক্ষার্থী সংখ্যা	5	10	20	15	10

প্রশ্ন-৯ : কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ-
87, 31, 57, 43, 47, 57, 66, 100, 60, 68, 31, 70, 72, 73, 58, 50, 62, 46, 62, 65, 53, 35, 63, 89, 38, 58, 45, 62, 39, 47, 64, 48, 51, 40, 85, 48, 65, 67,62, 52, 52, 55, 81, 80, 82, 72, 75, 89, 90, 95
10 শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

প্রশ্ন-১০ : গণিত বিষয়ে একটি বহুনির্বাচনী প্রশ্নের সমাধানে ২০ জন ছাত্রের প্রত্যেকের যে সময় (সেকেন্ডে) লেগেছিল তা নিম্নরূপ-
45, 40, 25, 20, 16, 50, 55, 35, 40, 60, 58, 52, 32, 18, 22, 25, 53, 51, 30, 44
5 শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

প্রশ্ন-২ : নিচে 40 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষার ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো (পূর্ণ নম্বর 100)। প্রাপ্ত নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

70, 40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 80, 70, 46, 50, 60, 65, 70, 58, 60, 48, 70, 36, 85, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 72, 85, 90, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46, 76

সমাধান:

উপাত্তের পরিধি = (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিম্ন মান) +1
= (90 – 35) + 1 = 55 + 1 = 56

শ্রেণি ব্যবধান যদি 5 ধরা হয়, তবে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{56}{5} = 11.2$ বা 12 [যদি দশমিক চলে আসে তবে পরবর্তী পূর্ণসংখ্যা নিতে হয়।]

সুতরাং শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হবে নিম্নরূপ:

প্রাপ্ত নম্বর	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35 – 39	||	2	2
40 – 44	||	2	2 + 2 = 4
45 – 49	||||̸	5	5 + 4 = 9
50 – 54	|||	3	3 + 9 = 12
55 – 59	||||̸	5	5 + 12 = 17
60 – 64	||||̸ ||	7	7 + 17 = 24
65 – 69	||||̸ |	6	6 + 24 = 30
70 – 74	||||̸	5	5 + 30 = 35
75 – 79	|	1	1 + 35 = 36
80 – 84	|	1	1 + 36 = 37
85 – 89	||	2	2 + 37 = 39
90 – 94	|	1	1 + 39 = 40

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরির ধাপ সমূহ:

i. পরিসর নির্ণয়
ii. শ্রেণিব্যাপ্তি নির্ণয়
iii. শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয়
iv. ট্যালি চিহ্নের সাহায্যে গণসংখ্যা নির্ণয়

প্রশ্ন-৩ : কোনো এক শীত মৌসুমে শ্রীমঙ্গলে জানুয়ারি মাসের 31 দিনের সর্বনিম্ন তাপমাত্রা ডিগ্রী সেলসিয়াসে নিচে দেওয়া হলো। সর্বনিম্ন তাপমাত্রার গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

$14°, 14°, 14°, 13°, 12°, 13°, 10°, 10°, 11°, 12°, 11°, 10°, 9°, 8°, 9°, 11°, 10°, 10°, 8°, 9°, 7°, 6°, 6°, 6°, 6°, 7°, 8°, 9°, 9°, 8°, 7°$

সমাধান:

এখানে তাপমাত্রা নির্দেশক উপাত্তের সবচেয়ে ছোট সংখ্যা 6 ও বড় সংখ্যা 14 ।
সুতরাং উপাত্তের পরিসর $= (14 - 6) + 1 = 9$

এখন শ্রেণি ব্যবধান যদি 3 নেওয়া হয় তবে শ্রেণি সংখ্যা হবে $\frac{9}{3}$ বা 3

শ্রেণি ব্যবধান 3 নিয়ে তিন শ্রেণিতে উপাত্তসমূহ বিন্যাস করলে গণসংখ্যা (ঘটন সংখ্যাও বলা হয়) নিবেশন সারণি হবে নিম্নরূপ:

তাপমাত্রা (সেলসিয়াস)	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা বা ঘটন সংখ্যা
$6° - 8°$	𝍸 𝍸 |	11
$9° - 11°$	𝍸 𝍸 |||	13
$12° - 14°$	𝍸 ||	7
	মোট	31

কেন্দ্রীয় প্রবণতা: অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জিভূত হয়। আবার গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপন করা হলে মাঝামাঝি কোনো একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যার প্রাচুর্য দেখা যায়। উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি মানের দিকে বা মাঝামাঝি শ্রেণির দিকে পুঞ্জিভূত হওয়ার এই প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপক হলো:-

i. গাণিতিক গড়
ii. মধ্যক
iii. প্রচুরক

Type-2 : গাণিতিক গড়

প্রশ্ন-১ : নিচে কোনো একটি শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। প্রাপ্ত নম্বরের গাণিতিক গড় নির্ণয় কর।

শ্রেনিব্যাপ্তি	25 – 34	35 – 44	45 – 54	55 – 64	65 – 74	75 – 84	85 – 94
গণসংখ্যা	5	10	15	20	30	16	4

শ্রেণি মধ্যমান $= \dfrac{\text{শ্রেণির উর্ধ্বমান} + \text{শ্রেণির নিম্নমান}}{২}$

শ্রেনিব্যাপ্তি	শ্রেনি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
25 – 34	29.5	5	147.5
35 – 44	39.5	10	395.5
45 – 54	49.5	15	742.5
55 – 64	59.5	20	1190.5
65 – 74	69.5	30	2085.5
75 – 84	79.5	16	1272.5
85 – 94	89.5	4	358.5
		$n = 100$	6190.0

গাণিতিক গড় $= \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{6190}{100} = 61.9$ (Ans.)

Type-3 : সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড়

শ্রেনিব্যাপ্তি	শ্রেনি মধ্যমান(x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি (u_i)	$f_i u_i$
$25 - 34$	29.5	5	-3	-15
$35 - 44$	39.5	10	-2	-20
$45 - 54$	49.5	15	-1	-15
$55 - 64$	$59.5 \leftarrow a$	20	0	0
$65 - 74$	69.5	30	1	30
$75 - 84$	79.5	16	2	32
$85 - 94$	89.5	4	3	12
		$n = 100$		$\sum fiui = 24$

$\therefore$ গড় $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$= 59.5 + \frac{24}{100} \times 10 = 61.9$

$a =$ আনুমানিক গড়

$ui = \frac{xi - a}{h}$

$h =$ শ্রেণিব্যপ্তি

Type-4 :

গ্রাফ:

আলোচ্য	X –অক্ষ	Y –অক্ষ
আয়তলেখ	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
বহুভুজ	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
অজিভরেখা	শ্রেণিসীমা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

Note:

Box: গ্রাফের end point ও start point

Scale: x –অক্ষে .... ঘর = ... একক

y –অক্ষে .... ঘর = ... একক

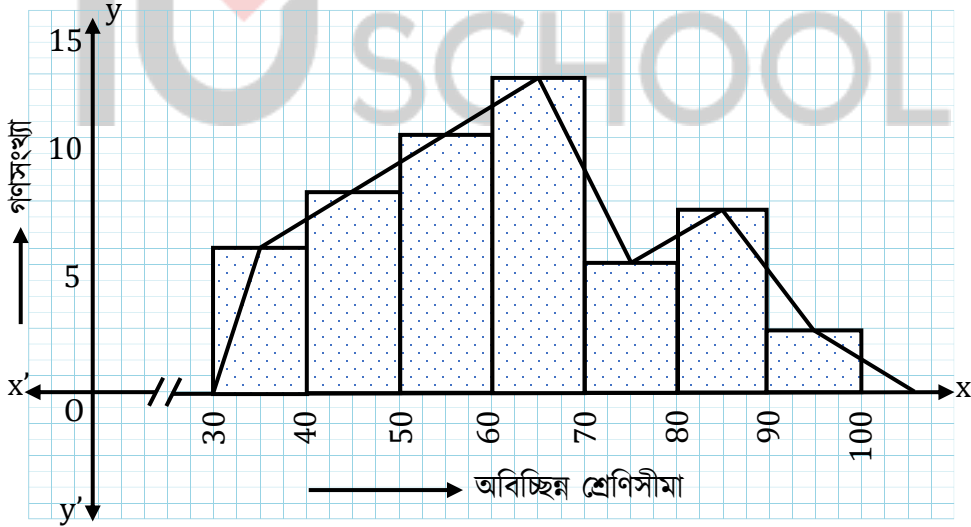
গ্রাফ সংকোচনের শর্ত: বড় বা অনিয়মিত মান থাকলে।

আয়তের ভিতরে দাগ দিব না। বহুভূজে দাগ দিব।

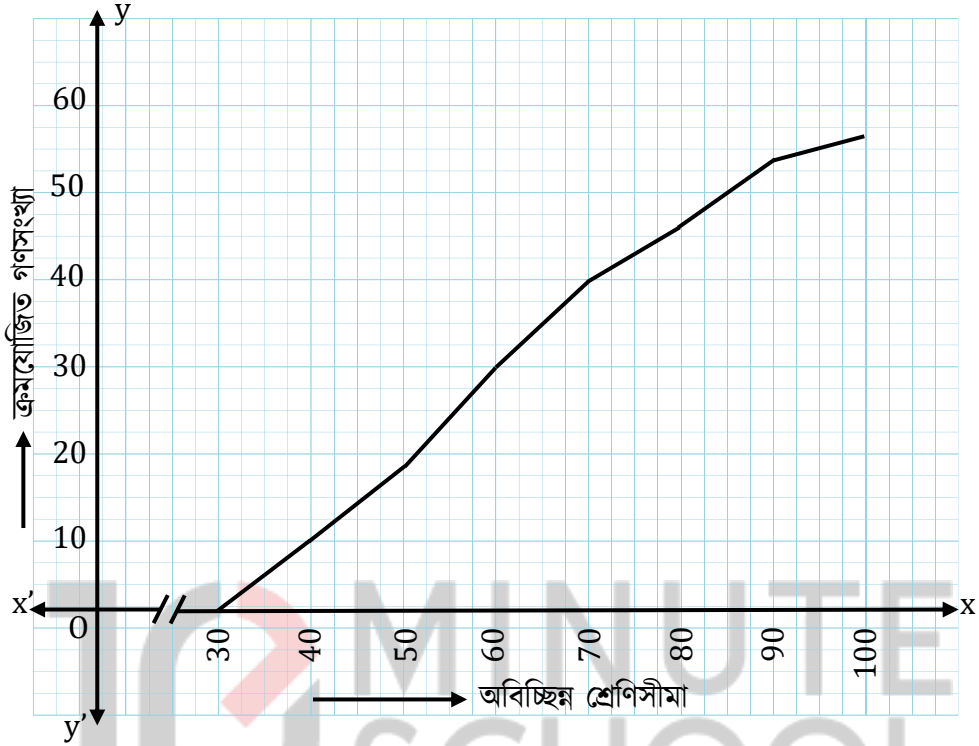
প্রশ্ন-১ : নিচে ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভরেখা আঁক।

শ্রেনিব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
গণসংখ্যা	6	8	0	12	5	7	2

সমাধান:

শ্রেনিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	শ্রেনি মধ্যমান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	30 – 40	35	6	6
41 – 50	40 – 50	45	8	14
51 – 60	50 – 60	55	0	24
61 – 70	60 – 70	65	12	36
71 – 80	70 – 80	75	5	41
81 – 90	80 – 90	85	7	48
91 – 100	90 – 100	95	2	50

x –অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার দুই একক ধরে এবং y –অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি দুই ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। x –অক্ষ বরাবর শ্রেণি সীমা 30 থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

আয়ত লেখের আয়তসমূহের ভূমির বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু বা শ্রেণির মধ্যবিন্দু চিহ্নিত করি। এবং রেখাংশ দ্বারা যোগ করি। প্রথম শ্রেণির প্রান্তবিন্দু ও শেষ শ্রেণির প্রান্তবিন্দুদ্বয়কে শ্রেণি ব্যবধান নির্দেশক X –অক্ষের সাথে যুক্ত করে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো।

অজিভরেখা অঙ্কন:

চিত্র: অজিভরেখা

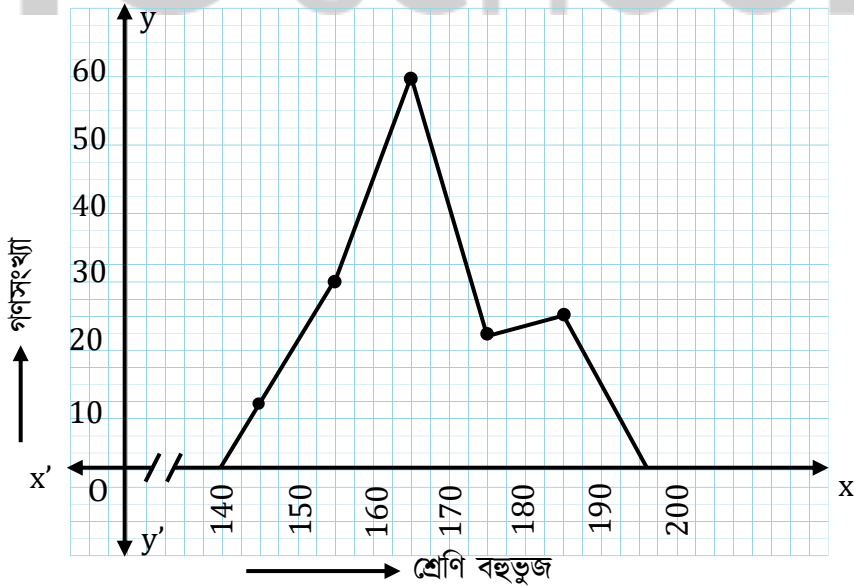
x –অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার দুই একক ধরে এবং y –অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি দুই ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা এক একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা আঁকা হয়েছে।

প্রশ্ন-২ : ১০০ জন কলেজ ছাত্রের উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

উচ্চতা (সে.মি.)	141 – 150	151 – 160	161 – 170	171 – 180	181 – 190
গণসংখ্যা	5	16	56	11	8

সমাধান:

প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণিতে ১০০ জন কলেজ ছাত্রের উচ্চতার জন্য শ্রেণি দেওয়া আছে। ১০০ জন কলেজ ছাত্রের উচ্চতাকে ঐ শ্রেণির সাপেক্ষে বিন্যস্ত করলে যে গণসংখ্যার সারণি পাওয়া যায়, তা নিম্নরূপ:

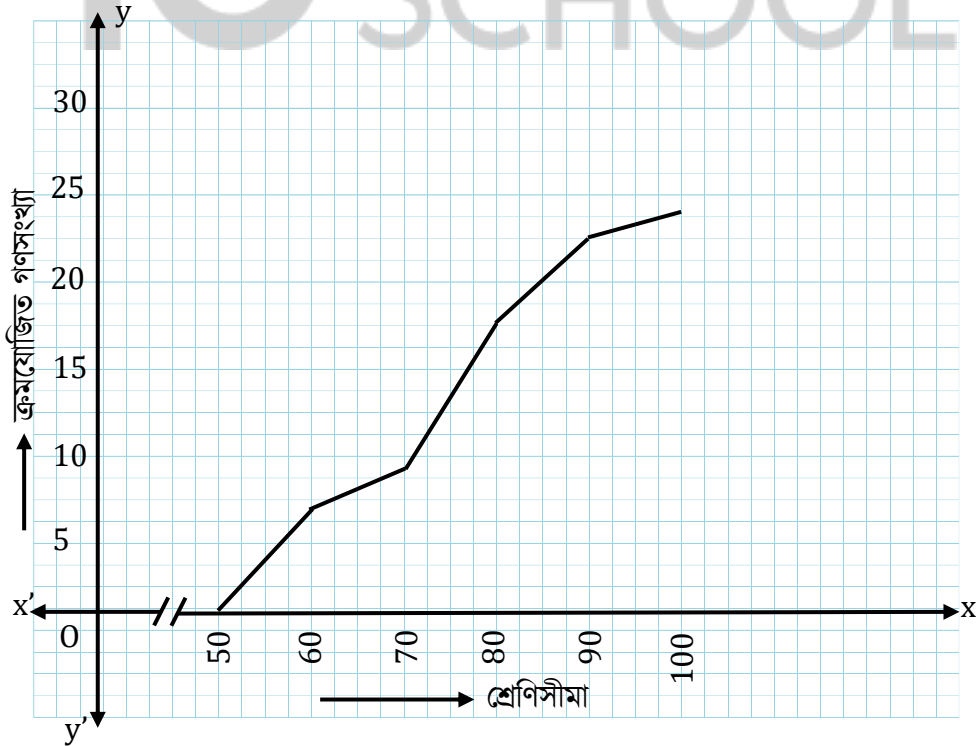
শ্রেণি উচ্চতা (সে.মি.)	মধ্যমান	গণসংখ্যা
141 – 150	145.5	5
151 – 160	155.5	16
161 – 170	165.5	56
171 – 180	175.5	11
181 – 190	185.5	8
		মোট = 100

চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন-৩ : কোনো এক পরীক্ষায় গণিতে তোমাদের শ্রেণিতে ৫০ ও তার চেয়ে বেশি নম্বর প্রাপ্ত শিক্ষার্থীদের নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। এবং অজিভরেখা আঁক।

সমাধান:

আমাদের শ্রেণিতে গণিতে ৫০ ও তার চেয়ে বেশি নম্বর প্রাপ্ত শিক্ষার্থীদের নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি পাওয়া যায়, তা নিম্নরূপ:

শ্রেণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$50 - 59$	8	8
$60 - 69$	3	$8 + 3 = 11$
$70 - 79$	10	$11 + 10 = 21$
$80 - 89$	7	$21 + 7 = 28$
$90 - 99$	2	$28 + 2 = 30$

x –অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণিসীমার দুই একক ধরে এবং y –অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার এক একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা আঁকা হয়েছে।

Type-5 : গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ

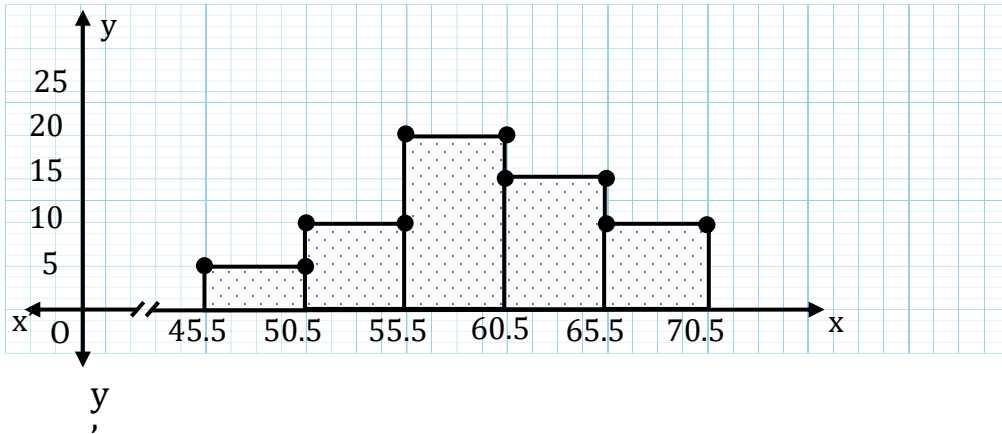
প্রশ্ন-১ : কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন নিম্নরূপ-

ওজন কি.গ্রাম	46 – 50	51 – 55	56 – 60	61 – 65	66 – 70
গণসংখ্যা	5	10	20	15	10

সমাধান:

প্রদত্ত সারণি থেকে অবিচ্ছিন্ন করে পাই,

শ্রেণি ব্যবধান :ওজন (Kg)	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
46 – 50	45.5 – 50.5	5
51 – 55	50.5 – 55.5	10
56 – 60	55.5 – 60.5	15
61 – 65	60.5 – 65.5	20
66 – 70	65.5 – 70.5	10

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে পাঁচ ঘর সমান একক ধরে x –অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং y –অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 45.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

❖নিজে কর:

প্রশ্ন-১ : কোনো স্কুলের দশম শ্রেনির ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:
50, 46, 55, 61, 72, 85, 60, 85, 36, 68, 48, 60, 58, 70, 65, 60, 50, 46, 70, 80, 65, 60, 45,58,55, 60, 35, 40, 70, 90, 76, 46, 65, 60, 56, 40, 50, 65, 68, 55
উপাত্ত সমূহের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-২ : নবম শ্রেনির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

ওজন(কেজি)	41 – 45	46 – 50	51 – 55	56 – 60	61 – 65	66 – 70
গণসংখ্যা	4	6	12	20	15	3

গণসংখ্যা সারণি থেকে আয়তলেখ অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-৩ : কোনো শ্রেনির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের(কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:

ওজন(কেজি)	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-৪ : দশম শ্রেনির ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90
গণসংখ্যা	6	8	12	22	5	7

গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

Type-6 : গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন

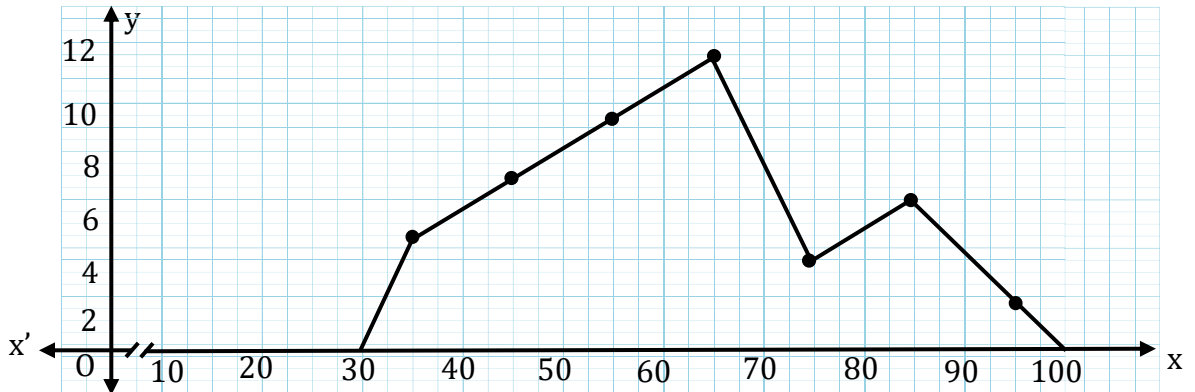
প্রশ্ন-১ : ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর বিজ্ঞান বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো। প্রদত্ত উপাত্ত সমূহের বহুভুজ অঙ্কন কর।

শ্রেণীব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

সমাধান:

গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করার জন্য সারণি তৈরি করে-

শ্রেণীব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
মধ্যবিন্দু	35.5	45.5	55.5	65.5	75.5	85.5	95.5
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

x –অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি এক ঘরকে এক একক ধরে এবং y –অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে গণসংখ্যার ২ একক ধরে নিয়ে উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হয়েছে।

❖ নিজে কর:

প্রশ্ন-১ : ৪০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:
78, 68, 61, 99, 69, 80, 83, 75, 62, 65, 77, 85, 75, 82, 98, 95, 85, 77, 80, 87, 81, 85, 90, 85, 75, 77, 81, 78, 92, 68, 70, 71, 72, 77, 66, 75, 80, 77, 70, 90
সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-২ : একটি স্কুলের কোনো শ্রেণির গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণীব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	8	12	20	25	30	15	10

উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-৩ : ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণীব্যাপ্তি	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
গণসংখ্যা	4	12	10	20	8	6

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-৪ : কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির ২৫ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:
75, 63, 63, 86, 71, 66, 75, 65, 73, 80, 83, 74, 69, 79, 77, 69, 74, 85, 72, 78, 84. 69, 75, 88, 67
উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-৫ : ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:
45, 50, 55, 52, 56, 58, 56, 60, 58, 60, 61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66, 67, 61, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55, 57, 56, 63, 69, 62, 56, 67, 70, 69, 70, 69, 68, 70, 60, 56, 58, 62, 63, 64, 67। উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

Type-7 : অজিভ রেখা অঙ্কন

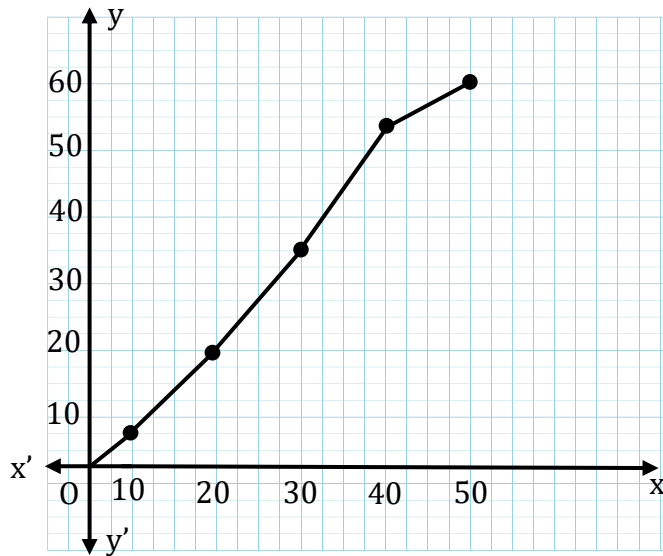
প্রশ্ন-১ : কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ৫০ নম্বরের সাময়িকী পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। সারণি থেকে অজিভ রেখা অঙ্কন কর।

প্রাপ্ত নম্বরের শ্রেণি ব্যবধান	1 – 10	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50
গণসংখ্যা	8	12	15	18	7

সমাধান:

প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা নিবেশনের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হলো-

প্রাপ্ত নম্বরের শ্রেণি ব্যবধান	1 – 10	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50
গণসংখ্যা	8	12	15	18	7
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	8	$8 + 12 = 20$	$15 + 20 = 35$	$35 + 18 = 53$	$53 + 7 = 60$

ছক কাগজের উভয় অক্ষে প্রতি এক ঘরকে ২ একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা অঙ্কন করা হলো।

❖ নিজে কর:

প্রশ্ন-১ : পদার্থবিজ্ঞানে ৭৬ জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি। অজিভ রেখা অঙ্কন কর।

প্রাপ্ত নম্বর	1 – 10	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
গণসংখ্যা	2	5	13	12	11	18	5	4	4	2

প্রশ্ন-২ : কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির ২৫ জন ছাত্রের গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:
65, 73, 45, 60, 55, 58, 60, 65, 80, 70, 58, 68, 60, 68, 70, 45, 85, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 72, 45
উপাত্তগুলোর অজিভ রেখা অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-৩ : ১০ম শ্রেণির ৭০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
গণসংখ্যা	7	12	18	24	9

প্রদত্ত উপাত্ত থেকে অজিভ রেখা অঙ্কন কর।

প্রশ্ন-৪ : গণিত বিষয়ের একটি বহু নির্বাচনী প্রশ্নের সমাধানে 20 জন ছাত্রের প্রত্যেকের যে সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল তা নিম্নরূপ:-
45, 40, 25, 20, 16, 50, 55, 35, 40, 60, 58, 52, 32, 18, 22, 25. 53, 51, 30, 44
উপাত্তগুলোর অজিভ রেখা অঙ্কন কর ও মতামত দাও।

Type-8 : গড় নির্ণয়

প্রশ্ন-১ : নিচে কোনো একটি শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন দেওয়া হলো। প্রাপ্ত নম্বরের গাণিতিক গড় নির্ণয় কর।

শ্রেণিব্যাপ্তি	25 – 34	35 – 44	44 – 54	55 – 64	65 – 74	75 – 84	85 – 94
গণসংখ্যা	5	10	15	20	30	16	4

সমাধান:

এখানে সারণি থেকে গাণিতিক গড় নির্ণয় করার সারণি তৈরি করি।

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেনি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
25 – 34	29.5	5	147.5
35 – 44	39.5	10	395.5
44 – 54	49.5	15	742.5
55 – 64	59.5	20	1190.5
65 – 74	69.5	30	2085.5
75 – 84	79.5	16	1272.5
85 – 94	89.5	4	358.5
	মোট	$n = 100$	6190

$\therefore$ নির্ণেয় গাণিতিক গড় $= \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{6190}{100} = 61.9$

(Ans.)

প্রশ্ন-২ : কোনো দ্রব্যের উৎপাদনে বিভিন্ন পর্যায়ে যে খরচসমূহ হয় তা নিচের সারণিতে দেখানো হয়েছে। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

সমাধান:

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিম্নরূপ-

শ্রেনিব্যাপ্তি	মধ্যমান(x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি (u_i)	গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
$2-6$	4	1	-4	-4
$6-10$	8	9	-3	-27
$10-14$	12	21	-2	-42
$14-18$	16	47	-1	-47
$18-22$	$20 \leftarrow a$	52	0	0
$22-26$	24	36	1	36
$26-30$	28	19	2	38
$30-34$	30	3	3	9
মোট	188			-37

গাণিতিক গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 20 + \frac{-37}{188} \times 4 = 19.21$

প্রশ্ন-৩ : কোনো বিশ্ববিদ্যালয়ের কয়েকটি বিভাগের স্নাতক সম্মান শ্রেণিতে পাশের হার ও শিক্ষার্থীর সংখ্যা নিচের সারণিতে উপস্থাপন করা হলো। উক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের ঐ কয়টি বিভাগের স্নাতক সম্মান শ্রেণিতে পাশের গড় হার নির্ণয় কর।

বিভাগের নাম	গণিত	পরিসংখ্যান	ইংরেজি	বাংলা	প্রাণিবিদ্যা	রাষ্ট্রবিজ্ঞান
পাশের হার(%)	70	80	50	90	60	85
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	80	120	100	225	135	300

সমাধান:

এখানে, পাশের হার ও শিক্ষার্থীর সংখ্যা দেওয়া আছে। পাশের হারের ভার হলো শিক্ষার্থীর সংখ্যা। যদি পাশের হারের লেক x এবং শিক্ষার্থীর সংখ্যা চলক w ধরা হয়, তবু গুরুত্ব প্রদত্ত গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিম্নরূপ:

বিভাগের নাম	পাশের হার xi	শিক্ষার্থীর সংখ্যা wi	$xiwi$
গণিত	70	80	5600
পরিসংখ্যান	80	120	9600
ইংরেজি	50	100	5000
বাংলা	90	225	20250
প্রাণিবিদ্যা	60	135	8100
রাষ্ট্রবিজ্ঞান	85	300	25500
মোট		960	74050

$\overline{x}_w = \frac{\sum xiwi}{\sum wi} = \frac{74050}{960} = 77.14$

$\therefore$ পাশের গড় হার $= 77.14$

❖ নিজে কর:

প্রশ্ন-১ :

76, 65, 98, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57, 55, 92, 45, 77, 87, 46, 32, 75, 89, 48, 97, 88, 65, 73, 93, 58, 41, 69, 63, 89, 84, 56, 45, 73, 93, 62, 67, 69, 65, 53, 78, 64, 85, 53, 73, 34, 75, 82, 62, 67

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। Ans : 67.1

প্রশ্ন-২ : নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো-

40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 46, 50, 60, 65, 58, 60, 48, 36, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। Ans : 55.66

প্রশ্ন-৩ : দশম শ্রেণির 50 জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর হলো-

45, 50, 55, 52, 56, 58, 56, 60, 58, 60, 61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66, 67, 61, 70, 70, 60, 68, 69, 62, 56, 67, 70, 69, 70, 69, 68, 70, 60, 56, 58, 62, 63, 64, 67 Ans : 74.8

প্রশ্ন-৪ : সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নিচের সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর। Ans : 61.9

শ্রেণি	46 – 50	51 – 55	56 – 60	61 – 65	66 – 70
গণসংখ্যা	5	10	20	15	10

প্রশ্ন-৫ : দশম শ্রেণির 60 জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90
গণসংখ্যা	6	8	12	22	5	7

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। Ans : 59.25

Type-9 : মধ্যক নির্ণয়

প্রশ্ন-১ : নিচে ৫১ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

উচ্চতা (সে.মি.)	150	155	160	165	170	175
গণসংখ্যা	4	6	12	16	8	5

সমাধান:

মধ্যক নির্ণয় করার জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হলো-

উচ্চতা (সে.মি.)	150	155	160	165	170	175
গণসংখ্যা	4	6	12	16	8	5
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	4	10	22	38	46	51

এখানে, $n = 51$, যা বিজোড় সংখ্যা।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{51+1}{2}$ তম পদের মান $= 26$ তম পদের মান $= 165$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক $= 165$

লক্ষ করি: 23 থেকে 38 তম পদের মান 165

প্রশ্ন-২ : নিচে ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

প্রাপ্তনম্বর	40	45	50	55	60	70	80	85	90	55	100
গণসংখ্যা	2	4	4	3	7	10	16	6	4	3	1

সমাধান:

মধ্যক নির্ণয় করার জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হলো-

প্রাপ্তনম্বর	40	45	50	55	60	70	80	85	90	55	100
গণসংখ্যা	2	4	4	3	7	10	16	6	4	3	1
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	2	6	10	13	20	30	46	52	56	59	60

এখানে, $n = 60$, যা জোড় সংখ্যা।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{\frac{60}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{60}{2}+1\right) \text{ তম পদ}}{2} = \frac{30 \text{ তম পদ} + 31 \text{ তম পদ}}{2} = \frac{70+80}{2} = 75$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক $= 75$

প্রশ্ন-৩ : নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

সময় (সেকেন্ড)	$30-35$	$36-41$	$42-47$	$48-53$	$54-59$	$60-65$
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

সমাধান:

মধ্যক নির্ণয় করার জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$30-35$	3	3
$36-41$	10	13
$42-47$	18	31
$48-53$	25	56
$54-59$	8	64
$60-65$	6	70
	$n=70$	

এখানে, $n = 70$ এবং $\frac{70}{2} = 35$

অতএব মধ্যক 35 তম পদ যার অবস্থান $48-53$ শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি $48-53$।

সুতরাং $L = 48, F_c = 31, f_m = 25$ এবং $h = 6$

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 48 + (35-31) \times \frac{6}{25} = 48 + 4 \times \frac{6}{25} = 48 + 0.96 = 48.96$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 48.96

❖ নিজে কর:

প্রশ্ন-১ : ৯ম শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর।
Ans : 58

ওজন(কেজি)	41 – 45	46 – 50	51 – 55	56 – 60	61 – 65	66 – 70
গণসংখ্যা	4	6	12	20	15	3

প্রশ্ন-২ : একটিই স্কুলের কোনো শ্রেণির গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো। প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর।
Ans : 69

শ্রেণিব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
গণসংখ্যা	8	12	20	25	30	15	10

প্রশ্ন-৩ : নিচে ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো। গণসংখ্যা সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর।
Ans : 81

শ্রেণিব্যাপ্তি	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
গণসংখ্যা	4	12	10	20	8	6

Type-10 : প্রচুরক নির্ণয়

প্রশ্ন-১ : নিচের সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

শ্রেণিব্যাপ্তি	31 − 40	41 − 50	51 − 60	61 − 70	71 − 80	81 − 90	91 − 100
গণসংখ্যা	4	6	8	12	9	7	4

সমাধান:

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1+f_2} \times h$

এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক 12 আছে 61 − 70 শ্রেণিতে।

সুতরাং, $L = 61, f_1 = 12 - 8 = 4, f_2 = 12 - 9, h = 10$

∴ প্রচুরক $= 61 + \frac{4}{4+3} \times 10 = 61 + \frac{4}{7} \times 10 = 61 + \frac{40}{7} = 61 + 5.7 = 66.7$

∴ নির্ণেয় প্রচুরক 66.7

❖নিজে কর:

প্রশ্ন-১ : নিচে ৩০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো-
40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 46, 50, 60, 65, 58, 60, 48, 36, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46
শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-২ : নিম্নে ৭০ জন শিক্ষার্থীর ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	30 − 35	36 − 41	42 − 47	48 − 53	54 − 59	60 − 65
জনসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৩ : নিচে ৬০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

উপাত্ত থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৪ : নিচে ২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো-
67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 82, 72, 81, 68, 80, 75, 64, 72, 75, 83, 80, 81, 67, 74, 88

গণসংখ্যা সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৫ : কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির ২৫ জন ছাত্রের গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ
65, 73, 45, 60, 55, 58, 60, 65, 80, 70, 58, 68, 60, 68, 70, 45, 85, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 72, 45

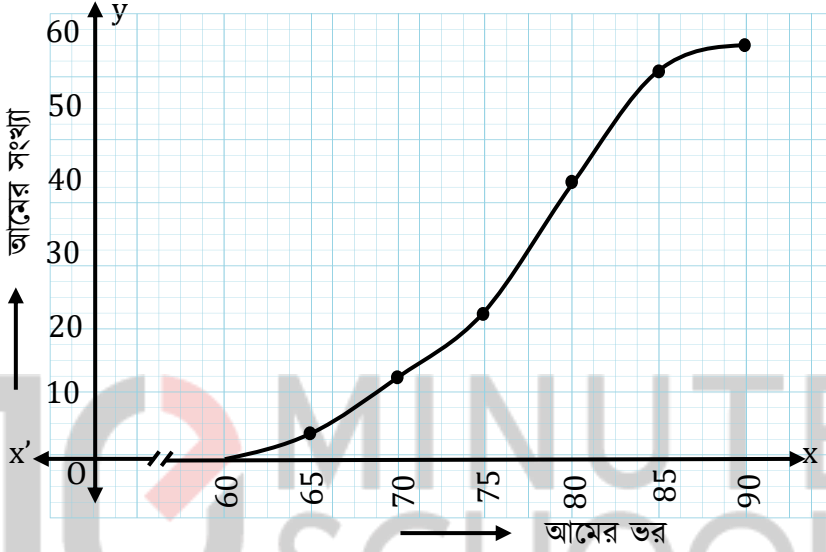
উক্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

Type-10 : Answer:

১) 63.33
২) 49.75
৩) 62.78
৪) 74.83
৫) 65

SOLVED CQ

সৃজনশীল-০১

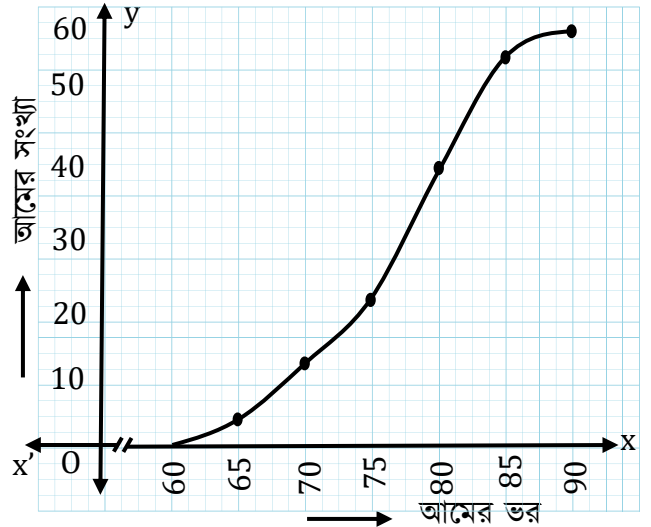
নিম্নের অজিভরেখাটি 60টি আমের ভরের বন্টন নির্দেশ করে।

ক) কতগুলো আমের ভর 74 গ্রাম এর সমান বা কম?

খ) 'ক' এর মান বের কর যদি 20% আমের ভর 'ক' গ্রামের বেশি হয়।

গ) শ্রেণিব্যবধান 10 ধরে উপাত্তের আয়তলেখ আঁক।

১ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) অজিভরেখার x –অক্ষে আমের ওজন ও y –অক্ষে আমের সংখ্যা নির্দেশিত হয়েছে। ছক কাগজে 74 ভুজ বিশিষ্ট অজিভরেখার বিন্দুটি চিহ্নিত করি এবং এর কোটির মান নির্ণয় করি। কোটি বিন্দুটি 20 নির্দেশ করে।

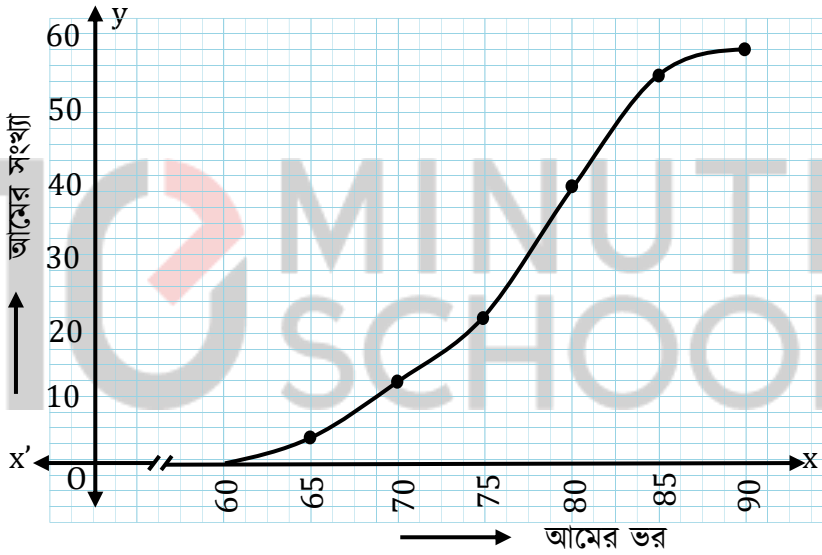
∴ 20 টি আমের ওজন 74 গ্রামের সমান বা কম।

খ) 20% আম $= \frac{20}{100} \times 60 = 12$ টি আম।

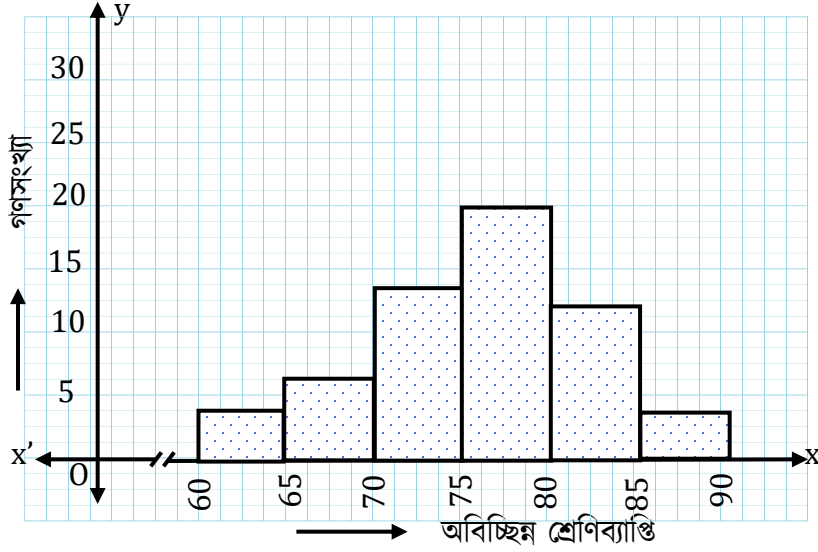
$\therefore$ 12 টি আমের ওজন 'ক' গ্রামের বেশি।

$\therefore$ 'ক' গ্রামের সমান বা কম ওজন বিশিষ্ট আমের সংখ্যা $= 60 - 12 = 48$ টি।

গ্রাফ হতে, 48 কোটি বিশিষ্ট বিন্দুটি চিহ্নিত করি এবং এর ভুজের মান নির্ণয় করি। ভুজের মান 81 গ্রাম পাওয়া গেল।

$\therefore$ 'ক' এর মান $= 81$

অর্থাৎ 20% আমের ভর 81 গ্রামের বেশি।

গ) গ্রাফ পাঠ থেকে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো।

ভর(গ্রাম)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	ভরের শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
$x \leq 65$	4	$60 - 65$	4
$x \leq 70$	10	$65 - 70$	$10 - 4 = 6$
$x \leq 75$	24	$70 - 75$	$24 - 10 = 14$
$x \leq 80$	44	$75 - 80$	$44 - 24 = 20$
$x \leq 85$	56	$80 - 85$	$56 - 44 = 12$
$x \leq 90$	60	$85 - 90$	$60 - 56 = 4$

চিত্র: আয়তলেখ

x- অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার এক একক ধরে এবং y- অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা 60 থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 60 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

সৃজনশীল-০২

একটি স্কুলের কোনো শ্রেণির গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:-

শ্রেণিব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
গণসংখ্যা	8	12	20	25	30	15	10

ক) প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর।

খ) প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর।

গ) উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

২ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) প্রদত্ত উপাত্তের সর্বাধিক গণসংখ্যা 30 আছে (71 – 80) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (71 – 80)

∴ প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা 71

খ) মধ্যক নির্ণয় করার জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$31-40$	8	8
$41-50$	12	20
$51-60$	20	40
$61-70$	25	65
$71-80$	30	95
$81-90$	15	110
$91-100$	10	120

এখানে, $n=120$ এবং $\frac{n}{2}=\frac{120}{2}=60$

অতএব মধ্যক 60 তম পদ যার অবস্থান $(61-70)$ শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি $(61-70)$।

সুতরাং $L=61, F_c=40, f_m=25$ এবং $h=10$

$\therefore$ মধ্যক $= \mathrm{L}+\left(\frac{n}{2}-F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$

$= 61+(60-40)\times\frac{10}{25}$

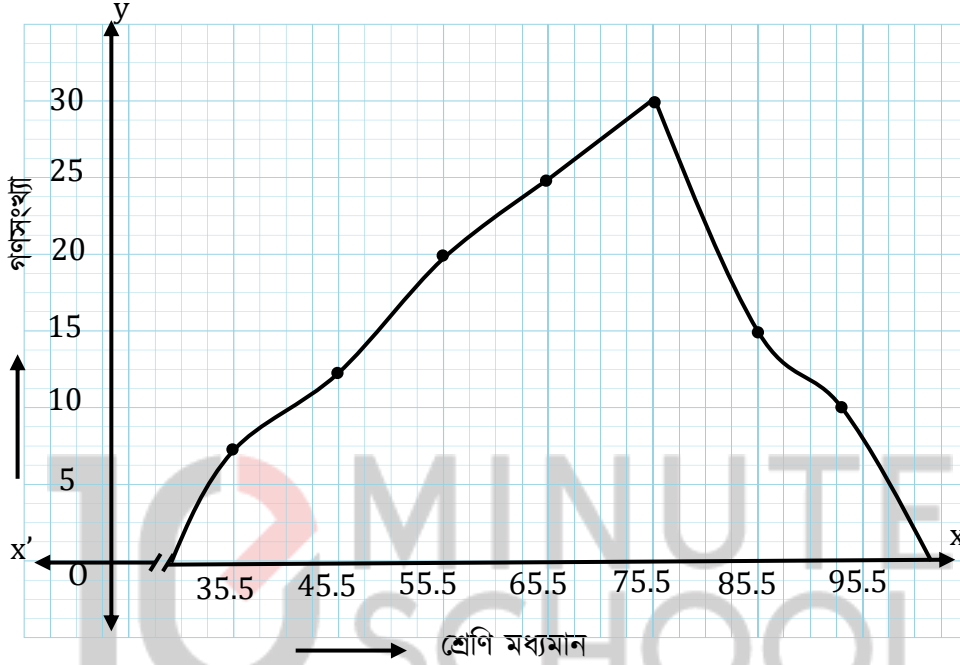
$= 61+20\times\frac{10}{25}$

$= 61+8=69$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 69

গ) প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
$31-40$	35.5	8
$41-50$	45.5	12
$51-60$	55.5	20
$61-70$	65.5	25
$71-80$	75.5	30
$81-90$	85.5	15
$91-100$	95.5	10

ছক কাগজের x- অক্ষ বরাবর 1 ঘর সমান শ্রেণি মধ্যমানের 2 একক এবং y- অক্ষ বরাবর 1 ঘর সমান গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করি । মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

সৃজনশীল-০৩

নিচে ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:-

শ্রেণিব্যাপ্তি	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
গণসংখ্যা	4	12	10	20	8	6

ক) কেন্দ্রিয় প্রবণতা বলতে কি বোঝ? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো কি কি?

খ) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর।

গ) গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থিত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

৩ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) উপাত্তসমূহের কেন্দ্রিয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রিয় প্রবণতা বলে। কেন্দ্রীয় মান একটি সংখ্যা এবং এই সংখ্যা উপাত্তসমূহের প্রতিনিধিত্ব করে। এই সংখ্যা দ্বারা কেন্দ্রিয় প্রবণতা পরিমাপ করা হয়। সাধারণত কেন্দ্রিয় প্রবণতার পরিমাপগুলো হলো-

i) গাণিতিক গড়, ii) মধ্যক ও iii) প্রচুরক।

খ) মধ্যক নির্ণয় করার জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$45-49$	4	4
$50-54$	12	16
$55-59$	10	26
$60-64$	20	46
$65-69$	8	54
$70-74$	6	60
	$n=60$	

এখানে, $n = 60$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অতএব মধ্যক 3 তম পদ যার অবস্থান $(60-64)$ শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি $(60-64)$।

সুতরাং $L = 60, F_c = 26, f_m = 20$ এবং $h = 5$

$\therefore$ মধ্যক $= \mathrm{L} + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 60 + (30-26) \times \frac{5}{20}$

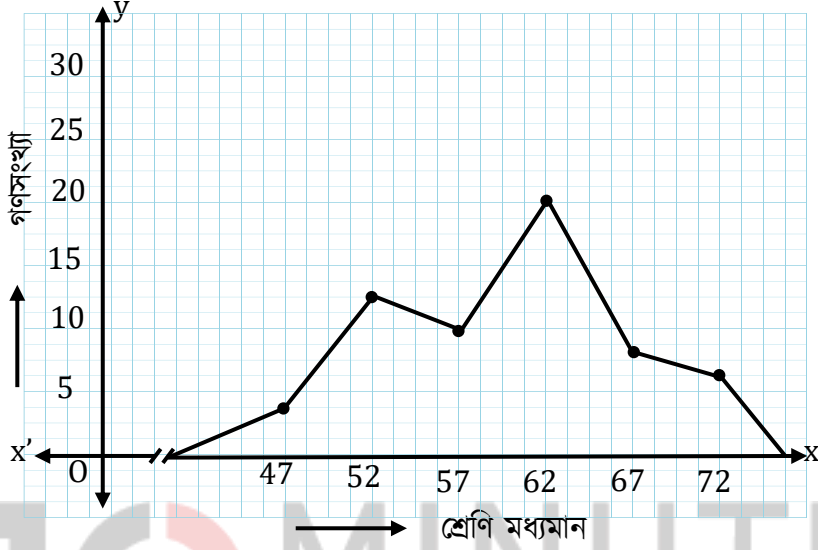
$= 60 + 4 \times \frac{5}{20}$

$= 60 + 1 = 61$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 61

গ) প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
$45-49$	47	4
$50-54$	52	12
$55-59$	57	10
$60-64$	62	20
$65-69$	67	8
$70-74$	72	6

ছক কাগজের x- অক্ষ বরাবর 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের 1 একক এবং y- অক্ষ বরাবর 1 ঘর সমান গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করি ।

সৃজনশীল-০৪

নিচে ২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:-
67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 82, 72, 81, 68, 80, 75, 64, 72, 75, 83, 80, 81, 67, 74, 88

ক) 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

খ) গণসংখ্যা সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ) গণসংখ্যা সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

8 নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) এখানে, নম্বর নির্দেশক উপাত্তের সর্বোচ্চ মান $= 88$

এবং সর্বনিম্ন মান $= 61$

$\therefore$ পরিসর $= (88 - 61) + 1$

$= 27 + 1 = 28$

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{28}{5} = 5.6 \approx 6$

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

নম্বরের শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
$60-64$	|||	3
$65-69$	||||	4
$70-74$	~~||||~~	5
$75-79$	||||	4
$80-84$	~~||||~~ |||	8
$85-89$			1
মোট		$n=25$

খ) ‘ক’ এর সারণি ব্যবহার করে,

এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক 8 আছে $(80-84)$ শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি $(80-84)$

∴ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1+f_2} \times h$

$= 80 + \frac{4}{4+7} \times 5$

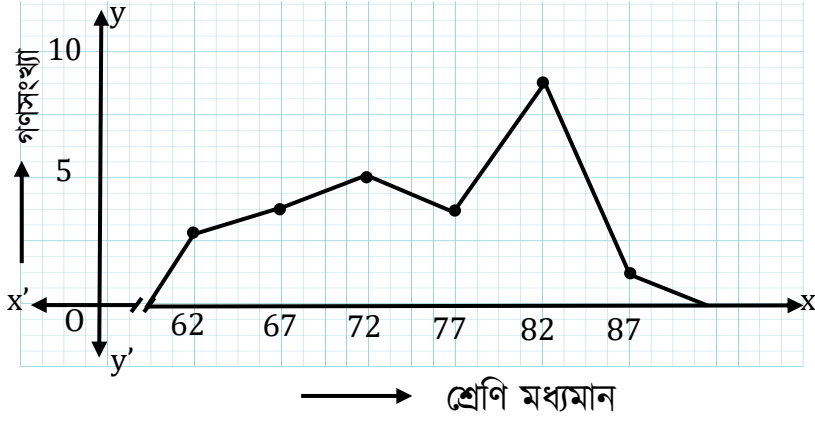
$= 80 + \frac{20}{11} = 80 + 1.81 = 81.81$

এখানে,
$L = 80$
$f_1 = 8-4 = 4$
$f_2 = 8-1 = 7$
$h = 5$

∴ নির্ণেয় প্রচুরক 81.81

গ) গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

নম্বরের শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
$60-64$	62	3
$65-69$	67	4
$70-74$	72	5
$75-79$	77	4
$80-84$	82	8
$85-89$	87	1

ছক কাগজের x- অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের 1 একক এবং y- অক্ষ বরাবর 1 ঘর সমান গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করি ।

সৃজনশীল-০৫

কোনো বিদ্যালয়ের ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো-

ওজন কি.গ্রাম.	৫১-৫৫	৫৬-৬০	৬১-৬৫	৬৬-৭০	৭১-৭৫
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	৫	১০	২০	১৫	২০

ক) যোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

গ) প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণি থেকে আয়তলেখ আঁক।

৫ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) যোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি (ওজন কি.গ্রাম.)	গণসংখ্যা (শিক্ষার্থীর সংখ্যা)	যোজিত গণসংখ্যা
৫১-৫৫	৫	৫
৫৬-৬০	১০	১৫
৬১-৬৫	২০	৩৫
৬৬-৭০	১৫	৫০
৭১-৭৫	১০	৬০

খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (xi)	গণসংখ্যা (fi)	ধাপ বিচ্যুতি $ui = \frac{xi-a}{h}$	গণসংখ্যা× ধাপ বিচ্যুতি $(fiui)$
৫১-৫৫	৫৩	৫	-২	-১০
৫৬-৬০	৫৮	১০	-১	-১০
৬১-৬৫	৬৩ (a)	২০	০	০
৬৬-৭০	৬৮	১৫	১	১৫
৭১-৭৫	৭৩	১০	২	২০
		$n =$৬০		$\sum fiui =$ ১৫

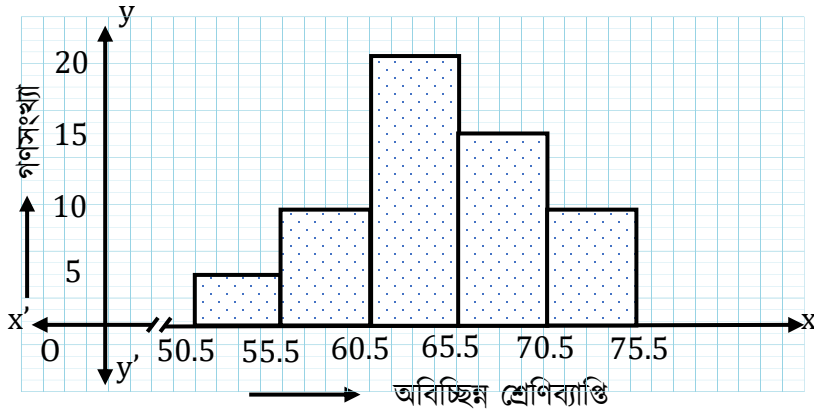
গড়, $\overline{x} = a + \frac{\sum fiui}{n} \times h$

$= ৬৩ + \frac{১৫}{৬০} \times ৫ = ৬৩ + ১.২৫ = ৬৪.২৫$

∴ নির্ণেয় গড় ৬৪.২৫

গ) প্রদত্ত সারণিতে উপাত্তের শ্রেণি ব্যাপ্তি বিচ্ছিন্ন। শ্রেণি ব্যাপ্তি অবিচ্ছিন্ন করে আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি-

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
৫১-৫৫	৫০.৫-৫৫.৫	৫
৫৬-৬০	৫৫.৫-৬০.৫	১০
৬১-৬৫	৬০.৫-৬৫.৫	২০
৬৬-৭০	৬৫.৫-৭০.৫	১৫
৭১-৭৫	৭০.৫-৭৫.৫	১০

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে এক একক ধরে x- অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং y- অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা ধরে আয়তলেখ আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে ৫০.৫ পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

সৃজনশীল-০৬

রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ (RCC) এর ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর ওজন (কেজি) নিম্নরূপ:
45, 50, 55, 51, 56, 57, 56, 60, 58, 60, 61, 60, 61, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66, 67, 61, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55, 57, 56, 63, 60, 62, 56, 67, 70, 69, 70, 69, 68, 70, 60, 56, 58, 61, 63,64, 67

ক) শ্রেণিব্যাপ্তি 6 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

খ) বর্ণনাসহ উপাত্তটির অজিভ রেখা অঙ্কন কর।

গ) সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

৬ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) এখানে, উপাত্তের সর্বোচ্চ মান $= 70$ এবং সর্বনিম্ন মান $= 45$

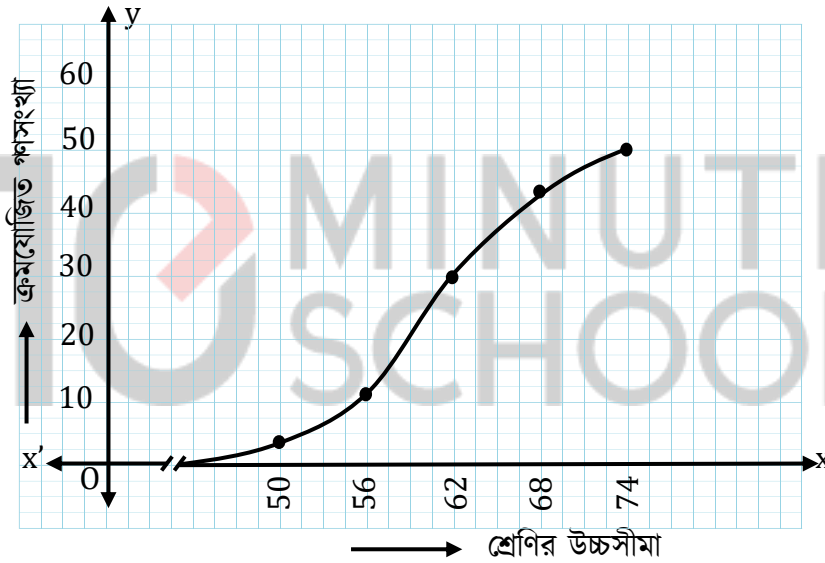
$\therefore$ পরিসর $= (70 - 45) + 1$

$= 25 + 1 = 26$

শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{26}{6} = 4.33 \approx 5$

শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$45 - 50$	|||	3	3
$51 - 56$	|||| |||	8	11
$57 - 62$	|||| |||| |||| ||||	19	30
$63 - 68$	|||| |||| |||	13	43
$69 - 74$	|||| ||	7	50

খ) 'ক' তে প্রদত্ত সারণি ব্যবহার করে ছক কাগজে x- অক্ষে শ্রেণি উচ্চসীমার 6 একক $= 5$ ঘর এবং y- অক্ষে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক $= 1$ ঘর নিয়ে অজিভরেখা আঁকা হলো:

গ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $ui = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
$45 - 50$	47.5	3	-2	-6
$51 - 56$	53.5	8	-1	-8
$57 - 62$	59.5 (a)	19	0	0
$63 - 68$	65.5	13	1	13
$69 - 74$	71.5	7	2	14
		$n = 50$		$\sum fiui = 13$

গড়, $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$= 59.5 + \frac{13}{50} \times 6 = 59.5 + 1.56 = 61.06$

∴ নির্ণেয় গড় 61.06

সৃজনশীল-০৭

নিচে ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো-

ওজন কি.গ্রাম.	৪৫-৪৯	৫০-৫৪	৫৫-৫৯	৬০-৬৪	৬৫-৬৯	৭০-৭৪
গণসংখ্যা	৪	৮	১০	২০	১২	৬

ক) সারণি থেকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

খ) সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ) সারণি ব্যবহার করে আয়তলেখের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

৭ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি-

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$45-49$	4	4
$50-54$	8	12
$55-59$	10	22
$60-64$	20	42
$65-69$	12	54
$70-74$	6	60
	$n = 60$	

খ) এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে (60 – 64) শ্রেণিতে। অতএব প্রচুরক শ্রেণি (60 – 64)

এখানে,
$L = 60$
$f_1 = 20 - 10 = 10$
$f_2 = 20 - 12 = 8$
$h = 5$

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1+f_2} \times h$

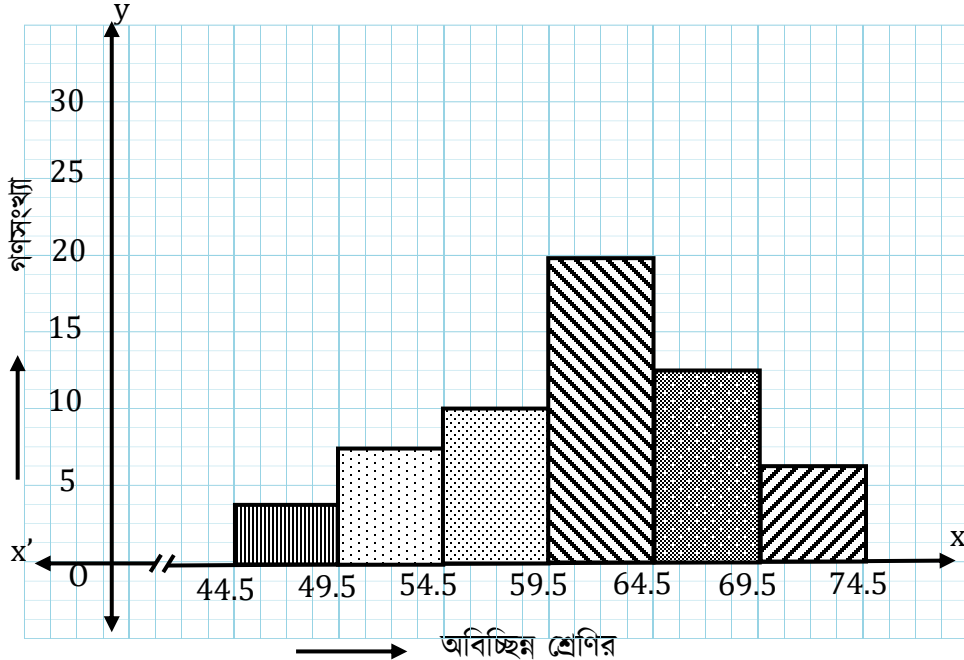
$= 60 + \frac{10}{10+8} \times 5$

$= 60 + \frac{50}{12} = 60 + 2.778 = 62.778$

$\therefore$ নির্ণেয় প্রচুরক 62.778

গ) আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি-

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
45 – 49	44.5 – 49.5	4
50 – 54	49.5 – 54.5	8
55 – 59	54.5 – 59.5	10
60 – 64	59.5 – 64.5	20
65 – 69	64.5 – 69.5	12
70 – 74	69.5 – 74.5	6

ছক কাগজের x-অক্ষে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক =1 ঘর এবং y-অক্ষে গণসংখ্যার 1 একক=1 ঘর নিয়ে আয়তলেখ আঁকি। এর আয়তের শীর্ষের মধ্যবিন্দুগুলো পরপর যোগ করলে গণসংখ্যা বহুভুজ পাওয়া যায়।

সৃজনশীল-০৮

দশম শ্রেণির নির্বাচনি পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হলো-

নম্বর	1 – 10	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
গণসংখ্যা	2	5	16	12	13	20	5	4	2	1

ক) সারণি হতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নির্ণয় কর

খ) সারণি হতে মধ্যক এবং প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ) সারণি হতে বর্ণনাসহ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

৮ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি-

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
1 – 10	2	2
11 – 20	5	7
21 – 30	16	23
31 – 40	12	35
41 – 50	13	48
51 – 60	20	68
61 – 70	5	73
71 – 80	4	77
81 – 90	2	79
91 – 100	1	80

খ) মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ-

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$1-10$	5.5	2	2
$11-20$	15.5	5	7
$21-30$	25.5	16	23
$31-40$	35.5	12	35
$41-50$	45.5	13	48
$51-60$	55.5	20	68
$61-70$	65.5	5	73
$71-80$	75.5	4	77
$81-90$	85.5	2	79
$91-100$	95.5	1	80
		$n=60$	

এখানে, $n=80$ এবং $\frac{n}{2}=\frac{80}{2}=40$

অতএব মধ্যক 40 তম পদ যার অবস্থান $(41-50)$ শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি $(41-50)$।

$\therefore$ মধ্যক $= \mathrm{L}+\left(\frac{n}{2}-F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$

$=41+(40-35)\times\frac{10}{13}$

$=41+5\times\frac{10}{13}$

$=44.84$

এখানে,
$\mathrm{L}=41$
$F_c=35$
$f_m=10$
$h=13$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 44.84

এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 আছে $(51-60)$ শ্রেণিতে।

$\therefore$ প্রচুরক শ্রেণি $(51-60)$

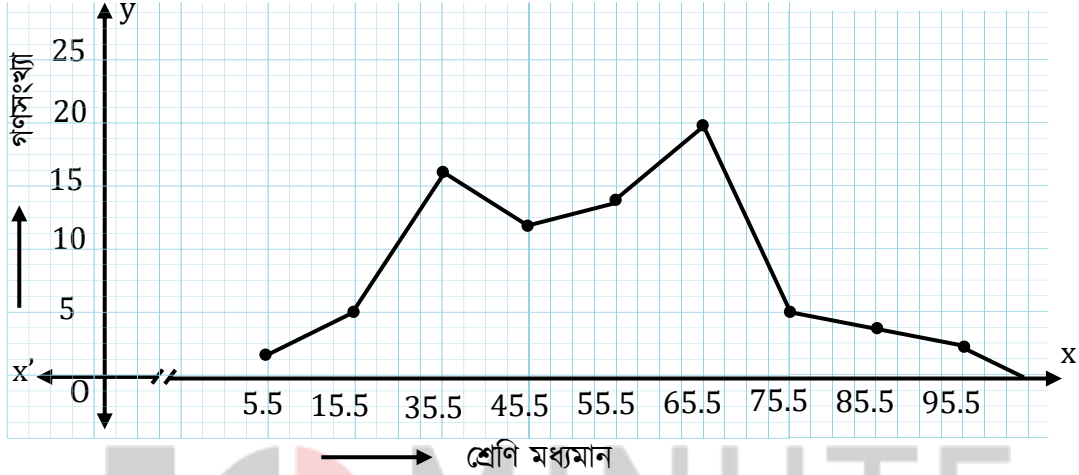
$\therefore$ প্রচুরক $= \mathrm{L}+\frac{f_1}{f_1+f_2}\times h$

$=51+\frac{7}{7+15}\times 10$

$=54.18$

এখানে,
$\mathrm{L}=60$
$f_1=20-13=7$
$f_2=20-5=15$
$h=10$

$\therefore$ নির্ণেয় প্রচুরক 54.18

গ) 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘর = শ্রেণি মধ্যমানের 2 একক ধরে এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো।

সৃজনশীল-০৯

একটি জরিপে দেখা গেছে ধানমন্ডি থেকে শ্যামলী পর্যন্ত রাস্তায় মোটরসাইকেল দুর্ঘটনা বেশি হয়। এই সড়কে দূর্ঘটনা রোধ করার লক্ষ্যে ট্রাফিক পুলিশের সংশ্লিষ্ট একটি দল 'গণভবন' এর সামনে দিয়ে অতিক্রমকারী 40টি মোটরসাইকেলের গতিবেগ (কি.মি./ঘন্টায়) পর্যবেক্ষণ করে নিম্নোক্ত উপাত্ত পেল-

গতিবেগ	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60
মোটরসাইকেলের সংখ্যা	1	3	6	12	10	6	2

ক) কতটি মোটরসাইকেলের গতিবেগ 50 কিমি/ঘন্টা বা তার চেয়ে কম? এবং কতটির বেগ 35 কি.মি/ঘন্টা থেকে বেশি কিন্তু 50 কি.মি./ঘন্টা এর সমান বা কম

খ) উপাত্তের অজিভরেখা আক ।

গ) দুর্ঘটনাপ্রবণ মোটরসাইকেলের ন্যূনতম গতিবেগ 38 কি.মি./ঘন্টা হলে গ্রাফ হতে দুর্ঘটনাপ্রবণ মোটরসাইকেলের শতকরা পরিমাণ নির্ণয় করো। আবার, 'ক' এর মান বের করো যদি 75% মোটরসাইকেলের বেগ। 'ক' এ চেয়ে কম হয়।

৯ নং প্রশ্নের সমাধান:

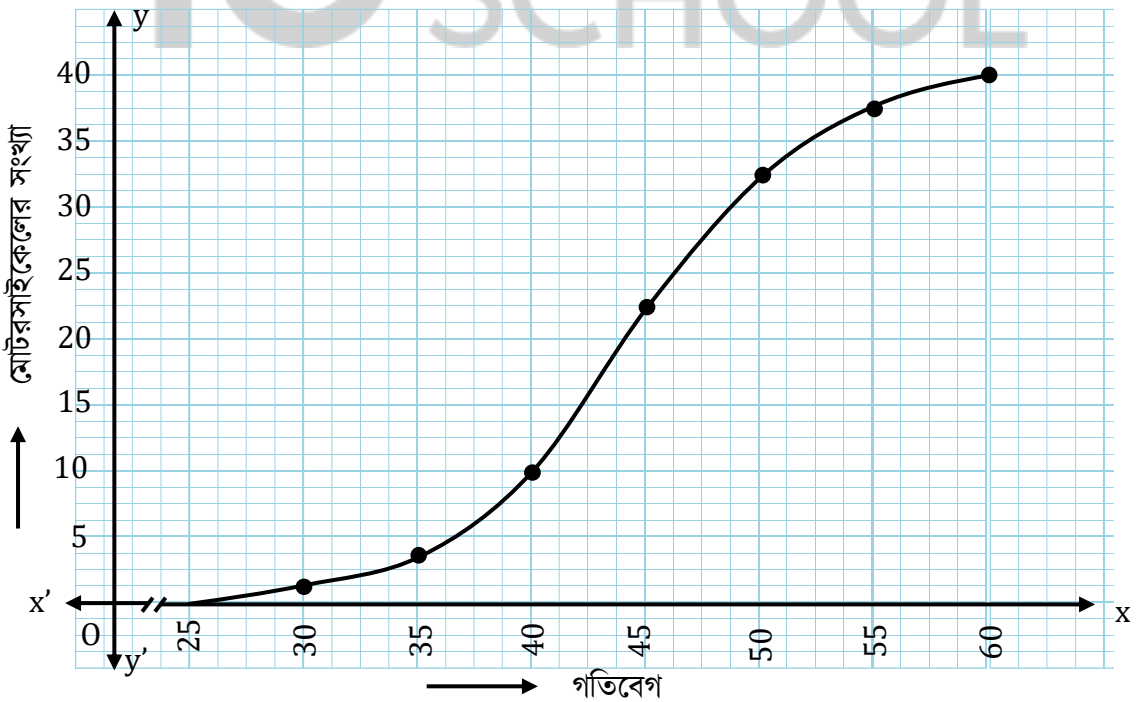
ক)

50 কিমি/ঘন্টা কম গতিবেগ সম্পন্ন মোটরসাইকেলের সংখ্যা $= 1 + 3 + 6 + 12 + 10 = 32$

35 কিমি/ঘন্টা এর চেয়ে বেশি কিন্তু 50 কি.মি./ঘন্টা এর চেয়ে কম বা সমান গতিবেগ সম্পন্ন মোটরসাইকেলের সংখ্যা $= 6 + 12 + 10 = 28$

খ)

অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি-

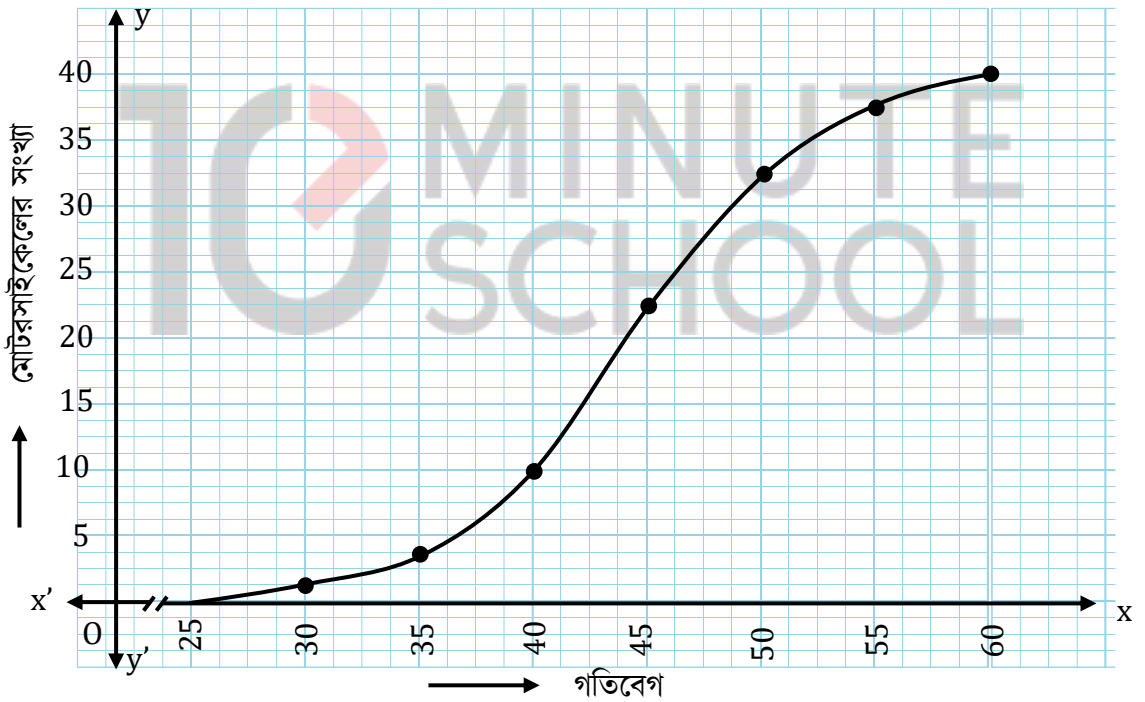
শ্রেণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$25 - 30$	1	1
$30 - 35$	3	4
$35 - 40$	6	10
$40 - 45$	12	22
$45 - 50$	10	32
$50 - 55$	6	38
$55 - 60$	2	40

চিত্র: অজিভরেখা

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে গতিবেগের এক একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে মোটরসাইকেল সংখ্যার এক একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 25 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

গ) 38 কি.মি./ঘন্টা এর সমান বা এর চেয়ে বেশি গতিবেগ বিশিষ্ট মোটরসাইকেল গুলো দূর্ঘটনা প্রবণ।

অজিভরেখার গ্রাফ হতে 38 ভূজবিশিষ্ট বিন্দুটি চিহ্নিত করি এবং এর কোটির মানটি লক্ষ করি। দেখা যায়, 7 টি মোটরসাইকেলের গতিবেগ 38 কি.মি./ঘন্টা অপেক্ষা কম

$\therefore$ 38 কিমি/ঘন্টা এর সমান বা অধিক গতিবেগের মোটরসাইকেল সংখ্যা $= 40 - 7 = 33$

এদের শতকরা পরিমাণ $= \frac{33}{40} \times 100\% = 82.5\%$

আবার, 75% মোটর সাইকেল $= 75\% \times 40 = \frac{75}{100} \times 40 = 30$ টি

30 টি মোটরসাইকেলের গতিবেগ ‘ক’ অপেক্ষা কম। অজিভ রেখার ছক কাগজে 30 কোটিবিশিষ্ট বিন্দুটি চিহ্নিত করি এবং এর ভুজের মান নির্ণয় করি।

গ্রাফ হতে পাই, ‘ক’ এর মান $= 49$

অর্থাৎ, 75% মোটরসাইকেলের বেগ 49 কি.মি./ঘণ্টা অপেক্ষা কম।

সৃজনশীল-১০

দশম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

ক) উক্ত সারণি হতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নির্ণয় কর।

খ) উক্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

গ) উক্ত সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর।

১০ নং প্রশ্নের সমাধান:

ক) উপাত্তসমূহের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি-

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	6	6
41 – 50	8	14
51 – 60	10	24
61 – 70	12	36
71 – 80	5	41
81 – 90	7	48
91 – 40	2	50

খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা× ধাপ বিচ্যুতি $(f_i u_i)$
$31 - 40$	35.5	6	-3	-18
$41 - 50$	45.5	8	-2	-16
$51 - 60$	55.5	10	-1	-10
$61 - 70$	$65.5\ (a)$	12	0	0
$71 - 80$	75.5	5	1	5
$81 - 90$	85.5	7	2	14
$91 - 100$	95.5	2	3	6
		$n = 50$		$\sum f_i u_i = -19$

গাণিতিক গড় $\overline{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$= 65.5 + \frac{-19}{50} \times 10$

$= 65.5 - 3.8$

$= 61.7$

গ) মধ্যক নির্ণয়ে গণসংখ্যা সারণি-

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$31 - 40$	6	6
$41 - 50$	8	14
$51 - 60$	10	24
$61 - 70$	12	36
$71 - 80$	5	41
$81 - 90$	7	48
$91 - 40$	2	50

এখানে, $n = 50$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

অতএব মধ্যক 25 তম পদ যার অবস্থান $(61 - 70)$ শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি $(61 - 70)$।

সুতরাং $L = 61,\ F_c = 24,\ f_m = 10$ এবং $h = 10$

$\therefore$ মধ্যক $= \text{L} + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 61 + (25 - 24) \times \frac{10}{12}$

$= 60 + 1 \times \frac{10}{12}$

$= 61.833$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক 61.833

SOLVED MCQ

১) আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য শ্রেণিব্যাপ্তি কেমন হতে হবে?

ক) বিচ্ছিন্ন খ) অবিচ্ছিন্ন ✓ গ) ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ঘ) পূর্ণসংখ্যা

২) অজিভ রেখা লেখ আঁকতে Y –অক্ষ বরাবর কোনটিকে ধরা হয়?

ক) শ্রেণির মধ্যমান খ) শ্রেণির গণসংখ্যা গ) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ✓ ঘ) শ্রেণির উচ্চসীমা

৩) মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?

ক) $L+\left(\frac{n}{2}+F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$

খ) $L+\left(\frac{n}{2}-f_m\right)\times\frac{h}{F_c}$

গ) $L+\left(\frac{n}{2}-F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$ ✓

ঘ) $L-\left(\frac{n}{2}-F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$

৪) $35, 40, 42, 50, 56, 42, 50, 64, 42, 35, 40$ নম্বরগুলোর গড় কত?

ক) 41.09 খ) 45.09 ✓ গ) 49.09 ঘ) c

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, গড় $=\frac{\text{মোট উপাদান (সংখ্যার) যোগফল}}{\text{মোট উপাদান সংখ্যা}}$

$=\frac{35+40+42+50+56+42+50+64+42+35+40}{11}=45.09$

৫) 1 থেকে 22 পর্যন্ত 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

ক) 12 ✓ খ) 15 গ) 18 ঘ) 21

ব্যাখ্যা: 1 থেকে 22 পর্যন্ত 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলো:

$3, 6, 9, 12, 15, 18, 21$

মধ্যক $=\frac{n+1}{2}$ তম পদ $=\frac{7+1}{2}$ তম পদ $=$ ৪র্থ পদ $=12$

৬) উপাত্তসমূহ সারণি ভুক্ত করা হলে প্রতি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় এর নির্দেশক-

ক) শ্রেণি সীমা খ) শ্রেণির মধ্যবিন্দু গ) শ্রেণিসংখ্যা ঘ) শ্রেণির গণসংখ্যা ✓

শ্রেণি	36 – 40	41 – 45	46 – 50	51 – 55	56 – 60
গণসংখ্যা	7	3	5	8	2

৭) প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু কত?

ক) 55 খ) 53 গ) 51 ঘ) 48

৮) উপাত্তের সংখ্যা n বিজোড় হলে মধ্যক কত হবে?

ক) $\frac{n}{2}$ তম পদ খ) $\frac{n-1}{2}$ তম পদ গ) $\frac{n+1}{2}$ তম পদ ঘ) $\frac{n+2}{2}$ তম পদ

৯) অজিভ রেখার ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) উর্ধ্বগামী খ) নিম্নগামী গ) সমান্তরাল ঘ) উলম্ব

১০) মধ্যক নির্ণয়ে F_c দ্বারা কি বোঝায়?

ক) যোজিত গণসংখ্যা খ) নিম্নসীমা গ) শ্রেণি সীমা ঘ) গণসংখ্যা

১১) 2, 2, 3, 6, 7, 7, 7, 8, 9 উপাত্তের প্রচুরক কোনটি?

ক) 2 খ) 6 গ) 7 ঘ) 9

১২) অজিভ রেখা রেখা অঙ্কনের ক্ষেত্রে Y –অক্ষ বরাবর নিচের কোনটিকে স্থাপন করা হয়?

ক) শ্রেণিমধ্যবিন্দু খ) যোজিত ঘটন সংখ্যা গ) শ্রেণি নিম্নসীমা ঘ) শ্রেণি উচ্চসীমা

১৩) কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের পদ্ধতি কয়টি?

ক) ৩ টি খ) ২ টি গ) ৪ টি ঘ) ৫ টি

১৪) (35 – 39) শ্রেণির শ্রেণি ব্যাপ্তি কত?

ক) 5 খ) 4 গ) 6 ঘ) 7

১৫) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি প্রয়োজন-

i. গড় নির্ণয়ে　ii. মধ্যক নির্ণয়ে　iii. অজিভ রেখার লেখপচিত্র আঁকতে

নিচের কোনটি সঠিক?

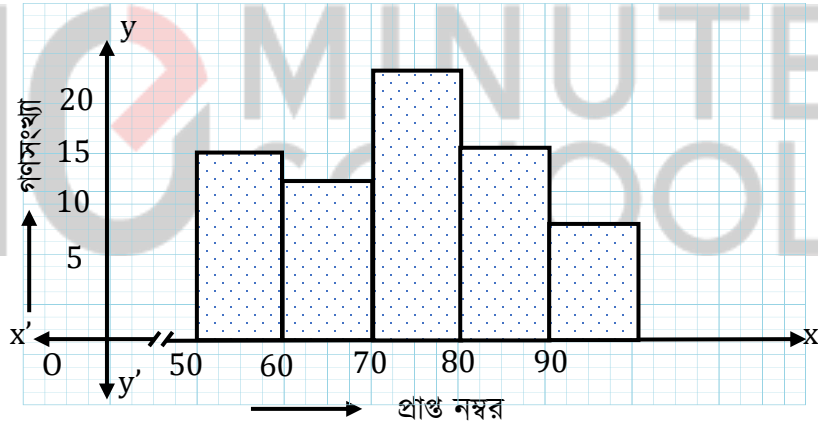
ক) i ও ii　খ) ii ও iii　গ) i ও iii　ঘ) i, ii ও iii

১৬) অবিচ্ছিন্ন চলক-

i. বয়স　ii. ওজন　iii. উচ্চতা

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii　খ) ii ও iii　গ) i ও iii　ঘ) i, ii ও iii

১৭) খুলনা জিলা স্কুলের নবম শ্রেণির ৫০ জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের আয়তলেখ দেওয়া হলো। প্রাপ্ত নম্বরের গড় কত?

ক) 60　খ) 65.5　গ) 67.8　ঘ) 70.5

ব্যাখ্যা: $\sum fixi = (55 \times 15) + (65 \times 12) + (75 \times 17) + (85 \times 6)$

গড় $= \frac{\sum fixi}{n} = \frac{3390}{50} = 67.8$

১৮) উপাত্ত থেকে কোনো সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়ার জন্য প্রথমে কী করতে হবে?

ক) সারণিভুক্ত করতে হবে　খ) অবিচ্ছিন্ন করতে হবে

গ) বিচ্ছিন্ন করতে হবে　ঘ) অনুসন্ধান করতে হবে

ব্যাখ্যা: উপাত্ত থেকে কোনো সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়ার জন্য প্রথমে উপাত্তটিকে সারণিভুক্ত করতে হবে

১৯) উপাত্তসমূহের কেন্দ্রিয় মানের দিকে পুঞ্জিভুত হওয়ার প্রবণতাকে কি বলে?

ক) কেন্দ্রিয় প্রবণতা ✓ খ) গাণিতিক গড় গ) মধ্যক ঘ) প্রচুরক

২০) কোনো কারখানার ৫০ জন শ্রমিকের দৈনিক গড় বেতন 35 টাকা। পরে দেখা গেল ২ জনের বেতন ভুলে 32 ও 43 টাকার স্থলে 23 ও 34 টাকা লেখা হয়েছে। তাদের প্রকৃত গড় বেতন কত?

ক) 35.36 ✓ খ) 36.36 গ) 37.36 ঘ) 38.36

ব্যাখ্যা: প্রকৃত গড় $= 35 + \frac{(32-23)(43-34)}{50}$
$= 35 + 0.36$

২১) নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (xi)	গণসংখ্যা (fi)	$fixi$
$25-29$	27	7	189
$30-34$	32	9	288
$35-39$	37	10	370
$40-44$	42	5	210
মোট		$n = 31$	1057

গাণিতিক গড় কত?

ক) 37.7 খ) 35.9 গ) 35.67 ঘ) 34.09 ✓

ব্যাখ্যা: $\sum fixi = 189 + 288 + 370 + 210 = 1057$
গড় $= \frac{\sum fixi}{n} = \frac{1057}{31} = 34.09$

২২) সাধারণ পদ্ধতিতে এবং সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নির্ণেয় গড়ের মান কি ঘটে?

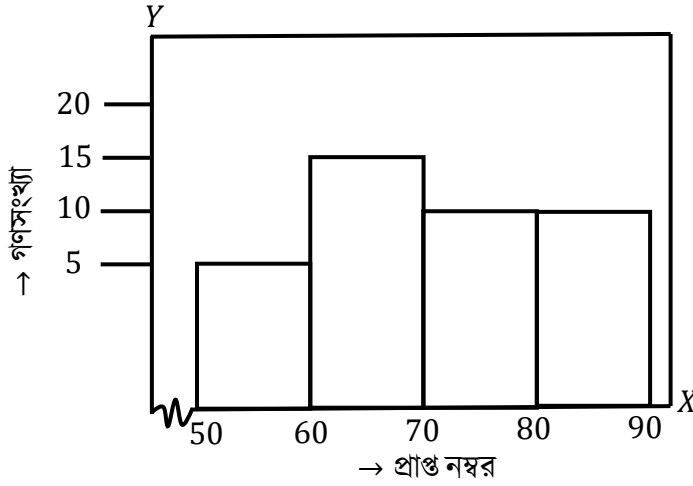
ক) ভিন্ন হয় খ) বেশি হয় গ) কম হয় ঘ) একই হয় ✓

ব্যাখ্যা: প্রকৃত গড় অনুমিত গড়ের উপর নির্ভর করে না। সুতরাং, উভয় ক্ষেত্রে গড় একই।

২৩) বাংলাদেশেও কোন অঞ্চলের ১০ দিনের তাপমাত্রা (সেন্টিগ্রেড) $30°, 31°, 28°, 25°, 22°, 25°, 29°, 35°, 34°, 26°$ গড় তাপমাত্রা কত?

ক) $26.5°C$ খ) $25°C$ গ) $28.5°C$ ✓ ঘ) $29°C$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪-২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

উখিয়া হাইস্কুল কক্সবাজার এর দশম শ্রেণির ৪০ জন ছাত্রের ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের আয়তলেখ নিম্নরূপ-

২৪) কোন শ্রেণিব্যাপ্তিতে সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা আছে?

ক) $50-60$ খ) $60-70$ গ) $70-80$ ঘ) $80-90$

২৫) $(70-80)$ শ্রেণিব্যাপ্তিতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত?

ক) 5 খ) 15 গ) 12 ঘ) 30

ব্যাখ্যা: $(70-80)$ শ্রেণিব্যাপ্তিতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $= 5 + 15 + 10 = 30$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৬-২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ঢাকা সিটি কলেজের দ্বাদশ শ্রেণির ছাত্রদের মাসিক খরচের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$2000-2500$	17	17
$2500-3000$	20	37
$3000-3500$	12	49
$3500-4000$	8	57
$4000-4500$	5	62

২৬) কতজন ছাত্র 4000 টাকার কম খরচ করে?

ক) 50 খ) 52 গ) 55 ঘ) 57

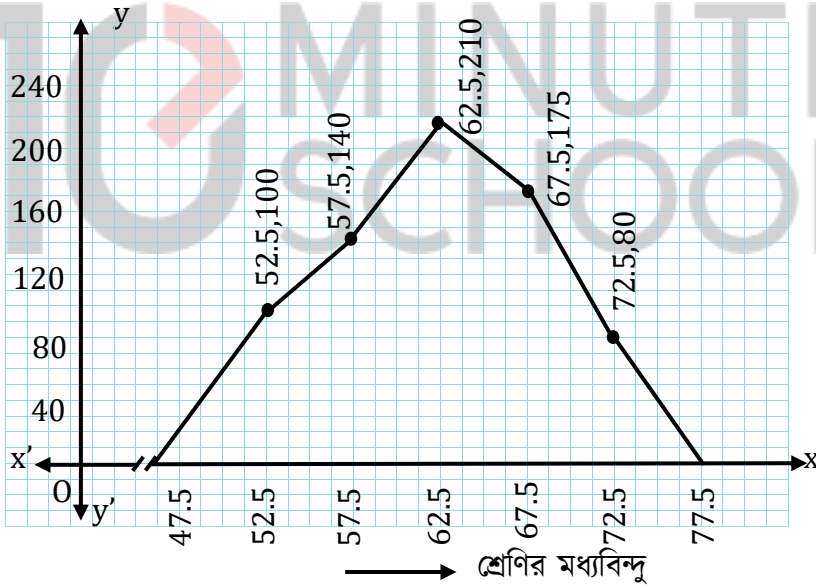
ব্যাখ্যা: যেহেতু (3500 – 4000) শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা = 57
সুতরাং 57 ছাত্র 4000 টাকার কম খরচ করে।

২৭) কতজন ছাত্র 3500 টাকার বেশি খরচ করে?

ক) 13 খ) 15 গ) 20 ঘ) 22

ব্যাখ্যা: (3500 – 4000) শ্রেণির গণসংখ্যা = 8
(4000 – 4500) শ্রেণির গণসংখ্যা = 5 $\therefore 8 + 5 = 13$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৮-২৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

নির্ভরশীল এবং অনুৎপাদনশীল লোকের বয়সের গণসংখ্যা বহুভুজ দেওয়া হলো-

২৮) এখানে (62.5,210) বিন্দুর জন্য শ্রেণির মধ্যমান 62.5 এবং শ্রেণির উচ্চসীমা 65 হলে শ্রেণির নিম্নসীমা কত?

ক) 60 খ) 62 গ) 63 ঘ) 64

ব্যাখ্যা: শ্রেণির মধ্যমান= $\frac{\text{নিম্নসীমা+উচ্চসীমা}}{2}$

বা, নিম্নসীমা = 2 × শ্রেণির মধ্যমান – উচ্চসীমা

= 2 × 62.5 – 65 = 125 – 65 = 60

২৯) সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা যে শ্রেণিতে অবস্থিত সেই শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত?

ক) 4000 খ) 420 গ) 435 ঘ) 450

ব্যাখ্যা: (60 – 65) এই শ্রেণিতে সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা বিদ্যমান।
এই শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $= 100 + 140 + 210 = 450$

৩০) বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে-

i. তাপমাত্রা এবং বয়স হলো বিচ্ছিন্ন চলক

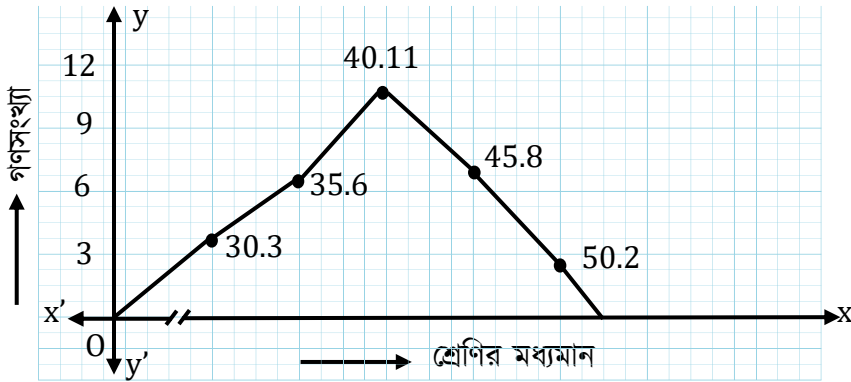
ii. বাংলাদেশের মোট উপজেলা হলো বিচ্ছিন্ন চলক

iii. বাংলাদেশের মোট গ্রাম হলো বিচ্ছিন্ন চলক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: তাপমাত্রা এবং বয়স যে কোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে। তাই এরা অবিচ্ছিন্ন চলক। মোট উপজেলা সংখ্যা এবং গ্রামের সংখ্যা যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারেনা। তাই এরা বিচ্ছিন্ন চলক।

৩১) একটি গণসংখ্যা নিবেশনের মোট গণসংখ্যা হলো 30 এবং অঙ্কিত গণসংখ্যা বহুভুজ নিম্নরূপ। নিবেশনটির গাণিতিক গড় কত হবে?

ক) 36 খ) 38 গ) 40 ঘ) 42

ব্যাখ্যা: গড় $= \frac{(30\times3)+(35\times6)+(40\times11)+(45\times8)+(50\times2)}{30} = \frac{1200}{30} = 40$

৩২) ২০১২ সালের এপ্রিল মাসে ঢাকার তাপমাত্রার (সেলসিয়াস) গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান (xi)	গণসংখ্যা (fi)	$ui = \frac{xi - a}{h}$	$fiui$
$26 - 28$	27	7	-1	-7
$29 - 31$	$30\ (a)$	9	0	0
$32 - 34$	33	6	1	6
	মোট	22		$\sum fiui = -1$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় কত?

ক) 27 খ) 28.68 গ) 29.86 ঘ) 30.86

ব্যাখ্যা: গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum fiui}{n} \times h = 30 + \frac{-1}{22} \times 3 = 30 - 1.364 = 29.86$

৩৩) নিচের সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে F_c এর মান কত?

শ্রেণি	$21 - 30$	$31 - 40$	$41 - 50$	$51 - 60$
গণসংখ্যা	15	25	40	45

ক) 25 খ) 35 গ) 40 ঘ) 45

৩৪) কোনো শ্রেণির ৪০ জন ছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের গড় হলো 65। যদি প্রতি ছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের সাথে 5 যোগ করা হয়, তবে গড় কত?

ক) 50 খ) 60 গ) 70 ঘ) 80

৩৫) 1 থেকে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর গড় কত?

ক) 9.625 খ) 12.625 গ) 15.625 ঘ) 17.625

ব্যাখ্যা: 1 থেকে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19$

গড় $= \frac{2+3+5+7+11+13+17+19}{8} = 9.625$

৩৬) গড়ের ক্ষেত্রে-

i. $n = 50$ এবং $\sum fixi = 2624$ হলে, গড় $\bar{x} = 52.48$

ii. $n = 20$ এবং $\sum fixi = 715$ হলে, গড় $\bar{x} = 35.75$

iii. $n = 50$ এবং $\sum fixi = 6190$ হলে, গড় $\bar{x} = 619$

নিচের কোনটি সঠিক?

 ক) i ও ii   খ) ii ও iii   গ) i ও iii   ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: (iii) সঠিক নয় কারণ গড় $= \frac{6190}{100} = 61.9$

নিচের তথ্যের আলোকে (৩৭-৩৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

রংপুর অঞ্চলের ২০১২ সালের জুন মাসের বৃষ্টিপাতের পরিমাপ (মি.) সংগ্রহকরা হল: 23, 58, 21, 60, 49, 25, 45, 55, 30, 42, 47, 48, 50, 61, 53, 45, 39, 52, 57, 58, 57, 54, 55, 48, 59, 51, 53, 57, 59, 51

৩৭) উপাত্তের পরিসর কত?

ক) 31   খ) 41   গ) 50   ঘ) 60

ব্যাখ্যা: সর্বোচ্চ মান $= 61$, সর্বনিম্ন মান $= 21$ পরিসর $= (61 - 21) + 1 = 41$

৩৮) 5 শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে শ্রেণিসংখ্যা কয়টি হবে?

ক) 8   খ) 10   গ) 5   ঘ) 9

ব্যাখ্যা: শ্রেণিসংখ্যা$= \frac{\text{পরিসর}}{5} = \frac{41}{5} = 8.2 \approx 9$

৩৯) উপাত্তের গড় কত?

ক) 38.73   খ) 48.73   গ) 58.73   ঘ) 68.73

ব্যাখ্যা: গড় $= \frac{\sum xi}{n} = \frac{1462}{30} = 48.73$

৪০) -2 থেকে 2 পর্যন্ত পূর্ণসংখ্যা গুলোর মধ্যক কত?

ক) -2 খ) 0   গ) 1   ঘ) 2

ব্যাখ্যা: -2 থেকে 2 পর্যন্ত পূর্ণ সংখ্যাগুলো $-2, -1, 0, 1, 2$।

সুতরাং মধ্যক $= \frac{n+1}{2}$ তম পদ $= \frac{5+1}{2}$ তম পদ $=$ ৩য় পদ $= 0$

৪১) গ্রিনল্যান্ডের দুপুরে সময় কোনো মাসের ৭ দিনের তাপমাত্রা রেকর্ড করে নিম্নরূপ পাওয়া গেল-
$5°, -3°, 4°, -2°, -1°, 4°, 0°$

৪১) গ্রিনল্যান্ডের দুপুরে সময় কোনো মাসের ৭ দিনের তাপমাত্রা রেকর্ড করে নিম্নরূপ পাওয়া গেল- $5°, -3°, 4°, -2°, -1°, 4°, 0°$

i. গড় তাপমাত্রা $1°$

ii. তাপমাত্রার মধ্যক মান $0°$

iii. সর্বনিম্ন তাপমাত্রা $0°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii   খ) ii ও iii   গ) i ও iii   ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: iii সঠিক নয় কারণ সর্বনিম্ন তাপমাত্রা $-3°$

৪২) $16, 17, 9, -20, 8, 12, -5, 18, 25, 19$ সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

ক) 12   খ) 17   গ) 14   ঘ) 19

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,

$-20, -5, 8, 9, 12, 16, 17, 18, 19, 25$

এখানে, $n = 10$ যা জোড় সংখ্যা।

তাহলে, মধ্যক$= \frac{\frac{n}{2} \text{তম পদ} + \left(\frac{n}{2}+1\right) \text{তম পদ}}{2} = \frac{12+16}{2} = 14$

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৩-৪৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3, 3, 3, 4, 5, 8, x$ যেকোনো 7 টি মান বিবেচনা করা হলো।

৪৩) উল্লেখিত মানগুলোর প্রচুরক কত?

ক) 3   খ) 4   গ) 5   ঘ) x

৪৪) যদি সংখ্যাগুলোর গড় প্রচুরকের দ্বিগুন হয় তবে, x এর মান কত?

ক) 15   খ) 16   গ) 24   ঘ) 44

ব্যাখ্যা: x কে $3, 4, 5$ অথবা 8 সহ যে কোনো মান বিবেচনা করে মাঙ্গুলোর মধ্যে 3 সবচেয়ে বেশি।

সুতরাং প্রচুরক$= 3$

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর গড় $= 2 \times$ প্রচুরক

বা, $\frac{3+3+3+4+5+8+x}{7} = 2 \times 3$

বা, $\frac{26+x}{7} = 6$

বা, $26 + x = 42$

$\Rightarrow x = 16$

৪৫) সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

ক) 3 খ) 4 গ) 5 ঘ) 8

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,
$3, 3, 3, 4, 5, 8, 16$। সুতরাং মধ্যক 4